

# COMPTES RENDUS

## DES SÉANCES

### DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

---

SÉANCE DU LUNDI 27 JANVIER 1890,

PRÉSIDENTIE DE M. HERMITE.

---

#### MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

ANATOMIE GÉNÉRALE. — *Des clasmatoctes*. Note de M. L. RANVIER.

« Je donne le nom de *clasmatoctes* (κλάσμα, ατος, fragment, et κύτος, cellule) à des éléments particuliers que l'on observe sans difficulté au microscope, à l'aide d'un grossissement moyen, dans les membranes connectives minces des Vertébrés, quand on les a préparées par le procédé suivant : la membrane (grand épiploon des Mammifères, mésentère des Batraciens anoures ou urodèles, etc.) étant convenablement tendue sur une lame de verre porte-objet, on laisse tomber à sa surface quelques gouttes d'une solution d'acide osmique à 1 pour 100. Au bout d'une à deux minutes, on lave à l'eau distillée et on colore avec le violet de méthyle BBBBBB en solution étendue (1 partie de la solution concentrée pour 10 parties d'eau distillée).

» La coloration des éléments se produit facilement et rapidement, si l'action de l'acide osmique n'a pas été trop prolongée. Lorsque la coloration est suffisante, ce dont on juge en examinant à un faible grossissement, on recouvre d'une lamelle et l'on procède à l'examen avec un grossissement plus fort. On peut aussi ajouter de la glycérine pour rendre la préparation persistante, mais il se produit alors une diffusion de la matière colorante qui nuit à la netteté des détails.

» Il est préférable d'examiner la membrane placée dans la solution colorée ou dans l'eau qu'on lui a substituée.

» C'est chez les Urodèles (Triton crêté, Salamandre maculée, etc.) que les clasmatoctes ont les plus grandes dimensions et présentent les caractères spécifiques les plus accusés. Ils s'y montrent sous la forme de cellules fusiformes ou arborisées, dont la longueur peut atteindre 1<sup>mm</sup>. Ce sont des cellules colossales. Sous l'influence du violet de méthyle BBBB, elles se sont colorées en violet tirant sur le rouge, et cette teinte est tellement vive que d'emblée elle attire l'attention sur ces singuliers éléments. Leurs noyaux sont colorés plus faiblement que leur protoplasma et revêtent une teinte bleuâtre. Leurs prolongements sont simples ou ramifiés; ils ne s'anastomosent pas pour former un reticulum, contrairement à ceux des cellules pigmentaires que l'on observe parfois à côté, dans le champ du microscope; ils ont un trajet plus ou moins sinueux et sont alternativement renflés et rétrécis (moniliformes). Les parties renflées ont un volume variable, sont irrégulières et contiennent des granulations fines, arrondies et pressées les unes contre les autres. Les parties rétrécies sont souvent très réduites et se voient alors seulement à un grossissement fort comme de minces filaments. Ceux-ci peuvent disparaître, de telle sorte que des portions de la cellule se sont détachées de son corps et sont devenues indépendantes. Ainsi se forment, dans le voisinage immédiat des clasmatoctes et surtout à l'extrémité de leurs prolongements, des îlots de granulations, de volume variable, répandues dans les mailles du tissu conjonctif. Cette sorte de sécrétion par effritement du protoplasma me paraît être le caractère essentiel des éléments qui nous occupent, et c'est pour cela que je les ai appelés *clasmatoctes*. Je proposerai de désigner sous le nom de *clasmatoctose* ce mode particulier de sécrétion.

» Chez les Batraciens anoures, les clasmatoctes ne sont ni aussi grands ni aussi ramifiés que chez les urodèles. Chez les Mammifères, les fusiformes sont les plus nombreux. Chez tous les animaux où je les ai examinés, j'ai vu leurs prolongements, quel qu'en soit le nombre, se terminer



par des bourgeons. J'ai vu également des bourgeons se former sur leurs parties latérales. Ces bourgeons se détachent, se fragmentent et produisent des grains.

» Le nombre des clasmatoctes est variable. Chez la Grenouille rousse (*R. temporaria*), dans une membrane extrêmement mince, qui entoure l'œsophage et qui sépare la cavité pleuropéritonéale d'un sac lymphatique périœsophagien, j'en ai compté une centaine par millimètre carré. Dans le grand épiploon du Lapin, il y en a bien davantage. J'estime que dans le tissu conjonctif des Mammifères ils sont au nombre de plusieurs milliers par millimètre cube. Ces chiffres approximatifs donnent une idée de l'importance de la clasmatose dans l'organisme des animaux à sang chaud. Chez les animaux à sang froid, surtout dans cette saison, son rôle semble beaucoup plus réduit.

» Si l'on examine au microscope, à l'état vivant, dans la chambre humide, tendu au moyen de l'anneau de platine <sup>(1)</sup>, le mésentère du Triton crêté, on y voit des groupes de granulations disposées dans un ordre systématique et dont l'ensemble correspond à un clasmatoctes. On n'y observe aucun déplacement, aucun mouvement que l'on puisse qualifier d'amiboïde. Les clasmatoctes ne sont donc pas des cellules migratrices et cependant ils proviennent de cellules lymphatiques, de leucocytes, qui, après être sortis des vaisseaux sanguins, ont voyagé dans les interstices du tissu conjonctif. La comparaison des formes intermédiaires autorise à le dire.

» On peut, en effet, observer dans une même membrane, préparée suivant la méthode indiquée plus haut, reposant sur l'emploi de l'acide osmique et du violet de méthyle, des cellules toutes colorées également et d'une manière vive en violet tirant sur le rouge, ayant toutes les noyaux tortueux ou bosselés caractéristiques des cellules lymphatiques et ayant, les unes, la forme et les dimensions des leucocytes ordinaires; d'autres, une forme plus compliquée et un volume un peu plus considérable: d'autres, plus volumineuses encore, dont les prolongements plus ou moins nombreux, plus ou moins compliqués, les rapprochent des clasmatoctes. Ces derniers éléments sont donc des leucocytes ayant évolué dans une direc-

---

(1) *Traité technique d'Histologie*, 2<sup>e</sup> édition, p. 62. L'emploi de l'anneau de platine est particulièrement important dans cette expérience, parce que le mésentère des Batraciens urodèles contient un plexus de fibres musculaires lisses dont la contraction détermine le retrait de la membrane.



tion particulière. Autrement dit, les cellules embryonnaires des clasmatoctes sont des leucocytes (<sup>1</sup>).

» Il ne faudrait pas croire pour cela que tous les leucocytes deviennent des clasmatoctes. On sait, en effet, que les leucocytes sortis du sang peuvent être entraînés par les produits de sécrétion et être ainsi perdus pour l'organisme. On sait également qu'ils peuvent rentrer dans le sang, après avoir parcouru le chemin compliqué que leur offre le système lymphatique. Ils peuvent ainsi subir au sein de l'organisme des modifications qui les éloignent encore davantage de leur type primitif que les clasmatoctes eux-mêmes. J'y reviendrai dans un autre travail.

» Si maintenant nous déterminons, au moyen du micromètre, le volume de la masse de protoplasma d'un leucocyte ordinaire et d'un clasmatoctes bien développé, chez le Triton crêté ou la Salamandre maculée, nous arrivons à des chiffres bien surprenants. Le protoplasma du clasmatoctes est au moins cent fois plus volumineux que celui du leucocyte. Par conséquent, le leucocyte, sorti des vaisseaux sanguins par diapédèse et établi dans les mailles du tissu conjonctif, s'y nourrit, s'y engraisse, émet des pseudopodes et subit l'évolution particulière qui en fait un clasmatoctes,

---

(<sup>1</sup>) On doit se demander quel rapport existe entre les clasmatoctes, les *Plasmazellen* de Waldeyer et les *Mastzellen* d'Ehrlich. Waldeyer (*Arch. für mikr. Anat.*, t. 11, p. 176; 1875) a désigné sous le nom de *Plasmazellen* les cellules arrondies situées dans le voisinage des vaisseaux sanguins, les cellules interstitielles du testicule, les cellules des capsules surrénales, etc. Ehrlich [*Beiträge zur Kenntniss der granulirten Bindegewebszellen und der eosinophilen Leucocyten* (*Arch. für Anat. u. Physiol.*, 1879, Phys. Abth., p. 166)], ayant traité par les couleurs basiques d'aniline les cellules de Waldeyer, a reconnu qu'elles n'étaient pas toutes semblables. Certaines d'entre elles se coloraient seulement : ce sont ses cellules anilinophiles ou *Mastzellen*. Il les fait provenir des cellules fixes du tissu conjonctif. Raudnitz [*Beitrag zur Kenntniss der im Bindegewebe vorkommenden Zellen* (*Arch. für mikr. Anat.*, t. 22, p. 228; 1883)], ayant employé dans ses recherches le violet de méthyle B, a observé dans le tissu conjonctif des cellules qui se colorent en rouge sous l'influence de ce réactif et qu'il a considérées comme les *Mastzellen* d'Ehrlich. Il leur a trouvé différentes formes : elles seraient globuleuses, aplaties, avec des ailettes ou des prolongements. Il vit autour de quelques-unes d'entre elles des granulations semblables à celles qu'étaient dans leur intérieur. Je ne peux donner ici à cet historique un plus grand développement ; mais, cependant, je dois faire remarquer que, si le dernier de ces auteurs avait étendu ses recherches aux membranes séreuses des Batraciens urodèles et si, avant de colorer les tissus, il les avait fixés par l'acide osmique, il eût sans doute reconnu l'origine lymphatique des clasmatoctes, leur caractère spécifique et leur effrètement.



pour abandonner par fragmentation, par effritement, une partie de sa substance qui très probablement est utilisée par l'organisme. J'ai institué, pour contrôler cette hypothèse, des expériences dont je ferai plus tard l'objet d'une nouvelle Communication. »

GÉOMÉTRIE. — *Note sur le théorème d'Euler dans la théorie des polyèdres;*  
par M. DE JONQUIÈRES.

« I. Dans l'étude de cette question il convient, après avoir invoqué les hautes autorités de Cauchy, de Poinso et de M. Camille Jordan <sup>(1)</sup>, d'examiner les objections présentées par Lhuillier, dans un travail connu par l'analyse très détaillée qu'en a faite Gergonne au tome III des *Annales de Mathématiques* pour 1812 et 1813, pages 169 à 191.

» Ce géomètre estimé, après avoir donné du théorème d'Euler une démonstration générale, qui lui est propre <sup>(2)</sup>, consacre la seconde Partie

<sup>(1)</sup> *Recherches sur les polyèdres*, par Camille Jordan (*Journal de Crelle-Borchardt*, t. 66, année 1866, p. 22). Cet important et profond Mémoire, dont la seconde Partie est insérée au tome 68 du même Recueil, a pour objet la détermination des conditions de similitude des *aspects directs* ou *rétrogrades*, d'un même polyèdre. Le savant auteur y donne (p. 38) une démonstration simple et générale du théorème d'Euler, fondée sur des considérations nouvelles, et la fait suivre de cette remarque : « Ce théorème est caractéristique des polyèdres *simples* ou *eulériens* (comme il les nomme), c'est-à-dire (p. 35) tels que tout *contour* fermé tracé sur leur surface et ne se traversant pas lui-même divise cette surface en deux régions séparées; caté-  
gorie qui enferme comme cas particulier les polyèdres convexes. » Puis il ajoute (p. 38) : « Il serait aisé de démontrer que si l'on peut tracer sur un polyèdre  $\lambda$  contours différents, ne se coupant pas mutuellement et ne divisant pas la surface en parties séparées, on aura  $S + H = A + 2 - 2\lambda$ . » Enfin M. Jordan donne plus loin (p. 86) cette autre définition des polyèdres simples : « Une *surface* sera dite d'*espèce*  $(m, n)$  si elle est limitée par  $m$  contours fermés et si l'on peut, d'autre part, y tracer  $n$  contours fermés ne se coupant pas eux-mêmes ni mutuellement, sans la partager en deux régions distinctes, etc. En posant  $m = 0$  et faisant varier  $n$ , on aura les diverses espèces de *polyèdres* fermés. Les polyèdres de l'espèce  $(0, 0)$  ne sont autres que ceux que j'ai appelés précédemment *simples* ou *eulériens*. » C'est là sans doute que se trouve le dernier mot de la question.

<sup>(2)</sup> Gergonne dit à ce sujet : « Quelque simple que soit cette démonstration, on lui préférera peut-être encore, avec raison, la belle démonstration de M. Cauchy, qui a le précieux avantage de ne supposer nullement que le polyèdre soit convexe. » (*Loc. cit.*, p. 179.)

du Mémoire à la discussion des exceptions que, selon lui, souffre cette proposition. Il dit dans son Introduction :

» Je me propose principalement de montrer que ce théorème souffre des exceptions nombreuses, et qu'il n'est vrai, d'une manière générale, que pour les polyèdres qui n'ont point de parties rentrantes..., ceux qu'on a coutume de considérer principalement dans les éléments.... A moins donc qu'on n'avertisse (ainsi que le fait Legendre) qu'on s'occupe exclusivement des polyèdres convexes, on s'expose à donner comme générales des conclusions qui ne sont applicables qu'au point de vue particulier sous lequel on a envisagé le sujet. (*Loc. cit.*, p. 171.)

» II. Les cas d'exception proposés par Lhuillier sont au nombre de trois; ils diffèrent d'ailleurs des deux que j'ai fait connaître dans ma Communication du 20 janvier dernier (*Comptes rendus*, t. CX, p. 110). Les voici dans l'ordre où il les présente, avec la réponse que chacun d'eux me paraît comporter :

» 1° La première sorte d'exception a lieu lorsque le polyèdre renferme une cavité intérieure, c'est-à-dire lorsqu'il est compris entre deux surfaces isolées et entièrement renfermées l'une dans l'autre; .... Dans un tel polyèdre, on a  $S + H = A + 4$ . S'il y a  $n$  cavités intérieures, on a  $S + H = A + 2(n + 1)$ . (*Loc. cit.*, p. 184.)

» A cette assertion, exacte en elle-même, on doit répondre qu'un tel système n'est pas proprement un polyèdre, mais bien l'ensemble de deux, ou de plusieurs polyèdres distincts, l'un plein, les autres vides, indépendants l'un de l'autre, n'ayant pas même en commun un point ou une droite. Un polyèdre, du moins au point de vue classique, ne mérite ce nom que si, avant tout, un point peut se mouvoir avec continuité sur sa surface; ce qui n'est pas ici le cas.

» Cette première exception peut donc être écartée, comme concernant un solide *singulier*, étranger à la catégorie des polyèdres ordinaires ou simples.

» 2° La seconde sorte d'exception a lieu lorsque le polyèdre est *annulaire*, c'est-à-dire lorsqu'étant d'ailleurs compris sous une surface unique, il a une ouverture qui le traverse de part en part (*loc. cit.*, p. 185); .... Dans un tel polyèdre, on a  $S + H = A$ . S'il y a  $n$  ouvertures pareilles, la formule est  $S + H = A - 2(n - 1)$ . (*Ibid.*, p. 186.)

» Le corps polyédrique dont il s'agit ici n'est point non plus un véritable polyèdre dans l'acception ordinaire du mot; car, si, par un point pris arbitrairement à l'intérieur de l'un des *tunnels* qui traversent le solide *de part en part*, on mène un plan quelconque, la section du solide par ce plan se composera toujours d'au moins deux polygones distincts, complè-



tement isolés l'un de l'autre; ce qui peut bien arriver dans un polyèdre ordinaire pour *certaines* positions du plan sécant, mais non pas pour *toutes*.

» Donc, ici encore, la conclusion, juste en elle-même, s'applique à un solide qu'on peut écarter par le même motif que ci-dessus.

» III. Reste la troisième objection qui est, aux yeux de Lhuillier et de Gergonne, la plus grave des trois, et qui porterait une sérieuse atteinte à la généralité de l'énoncé d'Euler, si elle était fondée; je vais prouver qu'elle ne l'est pas.

» En ce qui la concerne, Gergonne s'exprime ainsi :

» J'avais depuis longtemps remarqué ces deux premières sortes d'exceptions; mais M. Lhuillier est, je crois, le premier qui ait fait attention à la troisième; et elle devait d'autant plus facilement échapper à l'observation des géomètres, que les polyèdres auxquels elle est relative ne paraissent pas différer essentiellement de ceux que l'on est dans l'usage de considérer. Elle a lieu ... lorsque le polyèdre résulte de l'union de deux autres polyèdres, par deux faces inégales, dont la plus petite se trouve entièrement comprise dans la plus grande (*loc. cit.*, p. 186), ou de la répétition du même fait dans le polyèdre : « ... Dans un tel polyèdre, on a  $S + H = A + 2 + n$ ,  $n$  étant » le nombre des polygones, extérieurs les uns aux autres, mais tous ensemble intérieurs à celui qui joue le rôle de face enveloppante. » (*Ibid.*, p. 187.)

» D'après cette conclusion, la somme  $S + H$  pourrait, selon le cas, excéder  $A + 2$  d'un nombre  $n$  quelconque; ce qui ferait une brèche considérable à l'énoncé d'Euler.

» J'ai déjà, dans ma Note précitée, indiqué la manière de raisonner en pareil cas, en fournissant un exemple confirmatif. Il faut prouver ici, d'une façon générale, que la formule d'Euler s'applique à deux polyèdres soudés l'un à l'autre dans les conditions de l'énoncé, et, par suite, à autant de polyèdres qu'on voudra, unis ensemble de la même manière.

» Or la formule étant vraie pour chacun des deux polyèdres, considérés isolément, on aurait dans le système qu'ils forment ensemble, en les y supposant d'abord indépendants,  $S + H = A + 4$ . Il suffit donc de prouver que le fait de leur union intime, ou soudure, diminue de deux unités la différence  $(S + H) - A$ , et la réduit ainsi à 2. En effet, si l'on joint par des droites tous les sommets du polygone intérieur  $p$  (face de l'un  $\pi$  des deux polyèdres) aux sommets du polygone enveloppant  $P$  (face de l'autre polyèdre  $\Pi$ ), de telle sorte que la surface annulaire comprise entre  $p$  et  $P$  se trouve divisée en  $t$  triangles; puis, si l'on considère ces droites comme étant des arêtes (supplémentaires) du polyèdre  $\Pi$ , et ces triangles comme étant des faces (supplémentaires) de ce même polyèdre, on se trouvera avoir



remplacé la face unique  $P$  de celui-ci par l'ensemble du polygone  $p$  et des  $t$  triangles. D'autre part, le nombre des arêtes additionnelles est évidemment égal à  $t$ , tandis que le nombre des sommets n'a pas varié. Enfin la face  $p$ , considérée comme appartenant à  $\Pi$ , disparaît par le fait de sa soudure avec cette même face, regardée comme appartenant à  $\pi$ , et fait disparaître celle-ci du même coup. Donc, en définitive,  $H$  est devenu  $(H - 2) + t = H'$  et  $A$  est devenu  $A' = A + t$ ; d'où  $S + H' = A' + 2$ .

C. Q. F. D.

» Ainsi l'objection de Lhuillier, adoptée par Gergonne, tombe d'elle-même.

» Un raisonnement analogue s'applique d'ailleurs au cas où le polyèdre  $\pi$ , au lieu de constituer un accroissement ou relief pour le polyèdre  $\Pi$ , formerait une excavation dans ce dernier, pourvu qu'elle ne le traversât point de part en part, circonstance écartée ci-dessus (II, 2<sup>o</sup>), et par suite aussi au cas où il y aurait dans le polyèdre  $\Pi$  plusieurs excavations pareilles.

» IV. En résumé, l'énoncé d'Euler convient à tous les *polyèdres*, convexes ou non convexes, ceux-ci étant constitués soit par l'agrégation, face contre face (partielle ou non), de polyèdres convexes, soit par leur désagrégation soumise aux mêmes conditions, et il n'est en défaut que pour les polyèdres formés par la simple adhérence de polyèdres convexes soudés arête contre arête (partielle ou non), ou sommet contre sommet, ou bien pour ceux qui possèdent des *chambres* intérieures entièrement closes, ou encore des excavations à *double issue* les traversant de part en part, à la manière d'un tore polyédrique ou d'un tunnel de même nature.

» Il est aisé de voir que les deux derniers cas d'exception rentrent dans la définition d'après laquelle M. Jordan les exclut de la catégorie des polyèdres dits *simples* ou *eulériens*; quant aux deux premiers, on voit immédiatement, en prenant, par exemple (pour plus de simplicité), l'agrégat de deux tétraèdres, ou de deux cubes, soudés soit par une arête, soit par un sommet, qu'on a alors  $S + H = A + 3$ .

» V. Dans les considérations préliminaires de son Mémoire, Lhuillier, après avoir cité l'énoncé d'Euler, ajoute :

» Dans un premier travail (c'est le Mémoire de 1752-1753), l'auteur, n'ayant pu en trouver la démonstration, se contenta de l'exposer sur plusieurs solides d'espèces différentes, et il présenta comme probable, et comme fondée sur l'analogie seulement, la conclusion tirée de ces cas particuliers à la proposition générale. Dans un second travail sur le même sujet, l'auteur donne enfin la démonstration de sa proposition. Il



la tire de la possibilité de diminuer d'une unité le nombre des angles solides d'un polyèdre, etc. (*Loc. cit.*, p. 170.)

» Cette dernière indication, que je viens seulement de connaître, me permet de rectifier ma précédente assertion qu'Euler n'était pas revenu sur ce sujet postérieurement à 1752. Malheureusement, Lhuilier, qui donne la date et le lieu du premier Mémoire d'Euler, ne donne ni la date, ni le titre du second, ni le nom du Recueil où il se trouve. Je l'ai vainement cherché, avec soin et à deux reprises, dans les nombreux Volumes de la Bibliothèque de l'Institut, où se trouvent les diverses productions d'Euler, ainsi qu'une Table analytique très détaillée de ses travaux publiés tant de son vivant qu'après sa mort <sup>(1)</sup>. Quoi qu'il en soit, l'affirmation de Lhuilier ne comporte aucun doute; il donne des détails sur le Mémoire et en cite même textuellement cette phrase :

» *Hic modus solidum quodcumque in pyramides resolvendi ad præsens institutum parum confert.* (*Ibid.*, p. 171.)

» Il est donc bien établi qu'Euler a donné, non seulement l'énoncé, mais encore la démonstration de sa fameuse relation. C'est ce qu'avaient dit Legendre dans la *Note* précitée de ses *Éléments*, et Poinsoot dans le Mémoire inséré aux *Comptes rendus*, t. XLVI, sans ajouter aucun autre renseignement qui permit de recourir à la démonstration de l'auteur.

» *Post-Scriptum.* — J'eusse désiré mettre à profit la lecture d'un grand Mémoire de M. Listing où, parmi beaucoup d'autres choses, l'auteur s'occupe à son tour de la relation d'Euler et au début duquel on voit cités les écrits de Legendre (1794), de Cauchy (1811), de Lhuilier (1812) et de Cayley (1861). C'est à M. Jordan que j'ai dû (le jour même où je venais de déposer la présente Communication à l'Académie) de connaître l'existence de cet important travail, qui n'occupe pas moins de 86 pages in-4°, avec deux planches gravées. Je suis donc contraint, pour le moment, d'en donner ici le titre seul avec les indications bibliographiques qui permettront aisément au lecteur d'y recourir : *Der Census räumlicher Complexe, oder Verallgemeinerung des Euler'schen Satzes von den Polyedern*, von Johann Benedict Listing (*Mémoires de la Société Royale de Göttingen*, 1862) [écrit en allemand].

» Quant à la *Note* (3 pages in-8°) de M. Cayley, que mentionne M. Listing, elle se trouve au tome XXI du *Philosophical Magazine* (1<sup>er</sup> semestre de 1861), p. 424. »

---

(1) Une seule pièce, mentionnée aux « Dissertations inédites », porte un titre qui peut faire supposer qu'on y trouverait le Mémoire en question, savoir : *Geometrica et spherica quædam*; mais la pièce ne fait point partie des deux premiers Volumes in-folio, où l'on a publié, à Pétersbourg, en 1867, les *Opera minora* d'Euler.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les racines d'une équation algébrique.*

Note de M. A. CAYLEY.

« Soit  $f(u)$  une fonction rationnelle et entière avec des coefficients réels ou imaginaires, de l'ordre  $n$ ; en supposant que l'équation  $f'(u) = 0$ , de l'ordre  $n - 1$ , ait  $n - 1$  racines, je démontre que l'équation  $f(u) = 0$  aura  $n$  racines. Pour cela, soit  $f(u) = f(x + iy) = P + iQ$  : je suppose que  $c$  dénote une quantité positive donnée, et je considère la surface  $c - z = P^2 + Q^2$ , en attribuant à la coordonnée  $z$  des valeurs positives; c'est seulement pour avoir des maxima au lieu de minima, et pour faciliter ainsi l'exposition, que je prends cette surface au lieu de  $z = P^2 + Q^2$ . On peut donner à  $c$  une valeur si grande que la courbe  $c = P^2 + Q^2$  soit une courbe fermée qui ne se coupe pas, c'est-à-dire un contour simple : cela étant, on peut se figurer ce contour comme la ligne de rivage d'une île montagneuse; la valeur de  $z$  est au plus  $= c$ , et, en donnant à  $z$  une valeur plus petite,  $= b$ , on a le contour qui correspond à l'altitude  $b$  : évidemment, les contours qui correspondent à des altitudes différentes ne se coupent pas. Il s'agit de prouver que l'île a précisément  $n$  sommets, chacun de l'altitude  $c$ .

» J'écris

$$\frac{dP}{dx} = X, \quad \frac{dP}{dy} = Y;$$

donc

$$\frac{dQ}{dx} = -Y, \quad \frac{dQ}{dy} = X$$

et, de plus,

$$\frac{dX}{dx} = a, \quad \frac{dX}{dy} = \frac{dY}{dx} = h, \quad \frac{dY}{dy} = -a,$$

et de là

$$\begin{aligned} \frac{d^2P}{dx^2} &= a, & \frac{d^2Q}{dx^2} &= -h, \\ \frac{d^2P}{dx dy} &= h, & \frac{d^2Q}{dx dy} &= a, \\ \frac{d^2P}{dy^2} &= -a, & \frac{d^2Q}{dy^2} &= h. \end{aligned}$$

» Cela étant, nous avons

$$-\frac{1}{2} \frac{dz}{dx} = PX - QY, \quad -\frac{1}{2} \frac{dz}{dy} = PY + QX;$$



on aura un plan tangent horizontal pour  $P = 0$ ,  $Q = 0$ , ou pour  $X = 0$ ,  $Y = 0$ ; les valeurs  $P = 0$ ,  $Q = 0$ , appartiennent à la valeur  $c$  de  $z$  et correspondent à des sommets de montagne de cette altitude  $c$ ; les valeurs  $X = 0$ ,  $Y = 0$  correspondent à des sommets de col. En effet, nous avons

$$-\frac{1}{2} \frac{d^2 z}{dx^2} = Pa + Qh + X^2 + Y^2,$$

$$-\frac{1}{2} \frac{d^2 z}{dx dy} = Ph + Qa,$$

$$-\frac{1}{2} \frac{d^2 z}{dy^2} = -Pa + Qh + X^2 + Y^2;$$

donc

$$\begin{aligned} \frac{1}{4} \left[ \frac{d^2 z}{dx^2} \frac{d^2 z}{dy^2} - \left( \frac{d^2 z}{dx dy} \right)^2 \right] &= (X^2 + Y^2)^2 - (Pa - Qh)^2 - (Ph + Qa)^2 \\ &= (X^2 + Y^2)^2 - (P^2 + Q^2)(a^2 + h^2), \end{aligned}$$

valeur positive pour  $P = 0$ ,  $Q = 0$ ; négative pour  $X = 0$ ,  $Y = 0$ .

» A présent, nous avons  $f'(x + iy) = X - iY$ ; donc, en supposant que l'équation  $f'(x + iy) = 0$  ait  $n - 1$  racines, il y aura  $n - 1$  systèmes de valeurs réelles de  $x, y$  qui satisfont aux équations  $X = 0$ ,  $Y = 0$ ; pour chaque système, il y aura des valeurs déterminées de  $P, Q$  et de là aussi de  $z$ ; ces valeurs de  $z$  seront en général différentes. Ainsi il y aura dans l'île  $n - 1$  cols, dont les altitudes seront en général différentes : soient  $c_1, c_2, \dots, c_{n-1}$  ces altitudes, commençant avec la plus petite.

» Pour  $z = 0$ , nous avons un contour simple, et de même pour une valeur quelconque plus petite que  $c_1$ ; mais, pour  $z = c_1$ , nous avons un col; le contour est une courbe, figure de 8; en donnant à  $z$  une valeur un peu plus grande, le contour se divise en deux courbes fermées, ou bien contours simples, extérieurs l'un à l'autre. Pour  $z = c_2$ , nous avons encore un col; l'un des contours simples s'est changé en figure de 8, et, pour une valeur un peu plus grande, le contour se divise en trois contours simples, chacun extérieur aux autres. En continuant de cette manière, on a, pour  $c_{n-1}$ , le col le plus haut; le contour est composé de  $n - 2$  contours simples et d'une figure de 8; et, en donnant à  $z$  une valeur un peu plus grande, on obtient un contour composé de  $n$  contours simples, chacun extérieur aux autres. Enfin, en faisant croître  $z$ , chacun des contours simples doit se réduire à un point, c'est-à-dire qu'il doit y avoir précisément  $n$  sommets de montagne; mais il n'y a pas de sommet de montagne, sinon pour la valeur  $z = c$ ; donc il y a précisément  $n$  sommets de montagne, chacun de

l'altitude  $c$ . On suppose toujours que l'équation  $f'(x + iy) = 0$  n'ait pas de racines égales, mais il peut bien arriver que deux ou plusieurs des valeurs  $c_1, c_2, \dots, c_n$  deviennent égales; la démonstration est très peu changée, en donnant à  $z$  une valeur un peu plus grande que celle qui correspond à l'altitude des cols d'altitude égale; le contour se divise toujours en contours simples, extérieurs chacun aux autres.

» Il va sans dire que cette démonstration repose sur les mêmes principes que celles de Gauss et Cauchy. »

## MÉMOIRES LUS.

ÉCONOMIE RURALE. — *Recherches sur la culture de la pomme de terre industrielle et fourragère*; par M. AIMÉ GIRARD (<sup>1</sup>). (Extrait par l'auteur.)

« Au cours de mes recherches sur la culture de la pomme de terre industrielle et fourragère, j'ai signalé une variété de cette plante qui, peu connue en France, est cependant remarquable entre toutes par son rendement en tubercules et par la richesse de ceux-ci en fécule.

» Tandis que la moyenne générale des rendements ne dépasse pas, dans notre pays, 7500<sup>kg</sup> à l'hectare, que les rendements de 15000<sup>kg</sup> et 18000<sup>kg</sup> y sont regardés comme excellents, cette variété, dite *Richter's Emperor*, peut, cultivée dans des conditions que j'ai précisées, fournir de 35000<sup>kg</sup> à 40000<sup>kg</sup> de tubercules riches à plus de 20 pour 100 de fécule anhydre.

» Après avoir, pendant trois ans, suivi, sur des surfaces de quelques ares, le développement de cette variété, j'en ai, en 1888, entrepris la culture en grand, et, malgré les conditions météorologiques défavorables de cette année, j'ai pu sur un hectare récolter, à la ferme de la Faisanderie, à Joinville-le-Pont, 33000<sup>kg</sup> de tubercules riches à 17,6 pour 100 de fécule anhydre.

» Bien fixé, dès lors, sur les qualités de cette variété, j'ai cherché, en 1889, à en propager la culture.

» D'une part, je l'ai, de nouveau, cultivée sur un hectare à Joinville-le-Pont, et, grâce aux conditions météorologiques excellentes de l'année 1889, j'ai de cette culture obtenu 39000<sup>kg</sup> de tubercules riches à 20,4

---

(<sup>1</sup>) Cette Note a été lue à l'Académie dans la séance du 20 janvier.



pour 100, représentant par conséquent 7956<sup>kg</sup> de fécule anhydre, c'est-à-dire un poids de matière amylacée supérieur à la moyenne générale du poids de tubercules récoltés, en France, à l'hectare.

» D'autre part, j'ai été autorisé, par M. le Ministre de l'Agriculture à prélever, sur la récolte de la Ferme, 6000<sup>kg</sup> de plant sélectionné par mes soins, pour en confier la culture à une quarantaine d'agriculteurs, répartis sur divers points de la France.

» Les résultats que ceux-ci ont obtenus ont, en général, dépassé mes espérances ; quelques-uns cependant doivent être laissés de côté ; certains lots ont été répartis entre un trop grand nombre de personnes, et aucun renseignement précis n'a pu me parvenir ; d'autres ont été cultivés dans des terres de jardin et ont fourni des rendements exagérés ; ceux-là doivent être rejetés, et c'est seulement aux essais faits dans les conditions de la grande culture qu'il convient de s'attacher.

» Parmi les trente-trois expérimentateurs qui se sont placés dans ces conditions, seize ont suivi expressément mes indications ; dix-sept, les uns parce que je n'ai pu, gravement malade, leur donner ces indications avec assez de détails ; les autres, parce qu'ils ont cédé à des habitudes locales, ont apporté au mode de culture que je conseille quelques modifications.

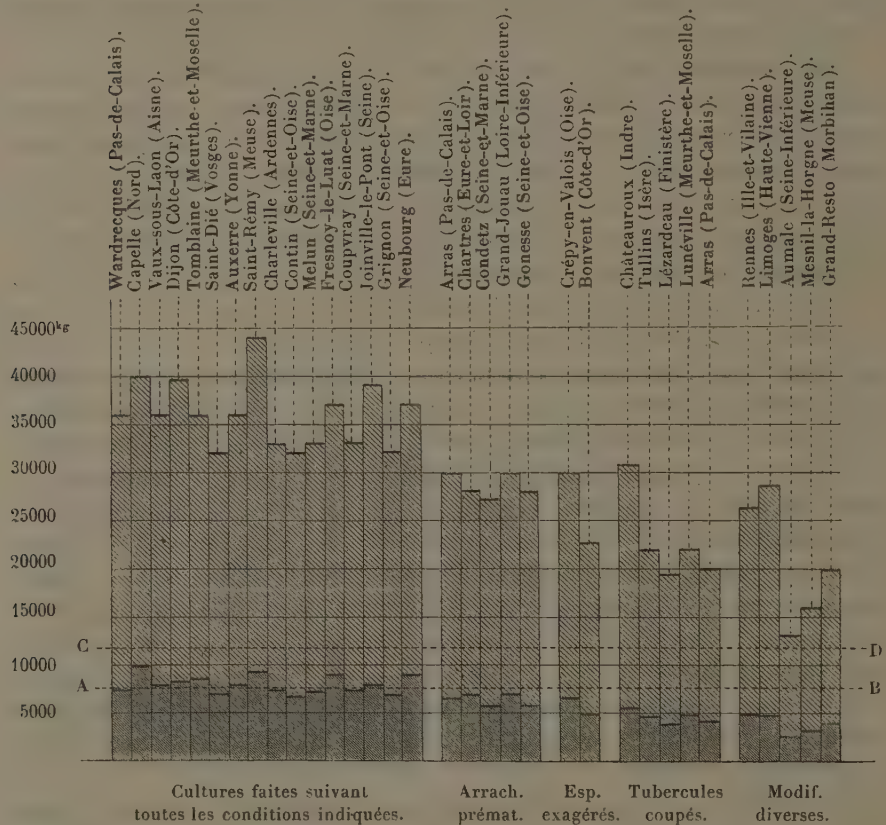
» Loin de me plaindre de ces modifications, je dois m'en féliciter ; tous ceux, en effet, qui ont suivi la marche que j'ai indiquée ont obtenu des rendements variant de 32000<sup>kg</sup> à 44000<sup>kg</sup>, avec des richesses de 20,4 à 24,2 pour 100 en fécule anhydre, soit en moyenne un rendement à l'hectare de 36000<sup>kg</sup> de tubercules et de 7900<sup>kg</sup> de fécule anhydre ; tous ceux, au contraire, qui s'en sont écartés, qui, par exemple, ont arraché dès le mois de septembre, ou bien planté des tubercules coupés et non entiers, exagéré l'espacement, donné une fumure insuffisante, etc., ont vu leurs rendements s'élever au maximum à 30000<sup>kg</sup> et, dans certains cas, tomber à 16000<sup>kg</sup> et 13300<sup>kg</sup>.

» C'est ce que montre le graphique joint à cette Note, et sur lequel des bandes parallèles indiquent, par leur hauteur totale, les rendements en tubercules obtenus dans chaque localité ; par la hauteur de la partie foncée, le poids de fécule anhydre produit à l'hectare ; sur lequel, également, deux lignes horizontales AB et CD rappellent, la première le rendement moyen en France (7500<sup>kg</sup>), la seconde, CD, le rendement du département le mieux partagé, celui des Hautes-Alpes (11700<sup>kg</sup>).

» La richesse des tubercules a été, dans tous les cas, remarquable : trois fois seulement elle a été inférieure à 20,4 pour 100 de fécule anhydre ; en

moyenne, elle a été de 22 pour 100; trois fois, elle a atteint le chiffre extraordinaire de 24 pour 100.

*Rendement à l'hectare, en tubercules et en fécule anhydre de la variété Richter's Imperator, dans diverses régions de la France, en 1889.*



» Les observations notées par mes collaborateurs conduisent à des remarques importantes, que je ne puis développer en ce moment; ce que je veux seulement retenir de cette grande expérience, c'est qu'elle apporte la solution du problème d'Économie rurale que je m'étais posé, il y a six ans.

» Ainsi que je l'avais espéré, c'est chose possible pour la grande culture en France, que d'obtenir des récoltes de pommes de terre industrielles et



fourragères qui marchent de pair avec celles de l'Allemagne; chose possible, par conséquent, que de produire, sur une surface donnée, un poids de fécule, c'est-à-dire de matière alcoolisable, qui permette à la distillation des pommes de terre d'entrer en lice, dans notre pays, avec la distillation des grains.

» Pour le bien établir, il suffit de prendre, parmi les résultats précédents, deux exemples dont la valeur est particulièrement frappante, puisque l'un et l'autre sont fournis par la culture d'un hectare entier.

» A Gonesse (quoique l'arrachage ait eu lieu un mois trop tôt), un hectare a produit 5712<sup>kg</sup> de fécule anhydre; à Joinville-le-Pont, un hectare (arraché à point) en a produit 7956<sup>kg</sup>. Pour s'approvisionner d'une égale quantité de matière alcoolisable, au moyen de grains, le distillateur devrait acquérir, dans le premier cas, 8900<sup>kg</sup>; dans le second, 12400<sup>kg</sup> de maïs. Au cours actuel de 13<sup>fr</sup> les 100<sup>kg</sup>, c'est une dépense, d'un côté de 1157<sup>fr</sup>, de l'autre de 1612<sup>fr</sup>: telle est la valeur, en argent, de la matière première de distillerie fournie par l'une et l'autre récolte de pommes de terre. »

ÉCONOMIE RURALE. — *Observations sur la Communication*  
de M. Aimé Girard; par M. P.-P. DEHÉRAIN.

« Je demande à l'Académie la permission d'ajouter quelques mots à la Communication que vient de faire M. Aimé Girard.

» J'ai mis en comparaison, cette année, au champ d'expériences de Grignon, la variété Richter's Imperator, dont les semenceaux m'avaient été remis par M. Aimé Girard, avec deux autres variétés de pommes de terre, la Chardon et la Van der Veer, dans des conditions de fumure tout à fait analogues (1).

» La Richter's s'est montrée nettement supérieure; elle a donné 30000<sup>kg</sup> de tubercules à l'hectare, tandis que les deux autres variétés restaient entre 26000<sup>kg</sup> et 27000<sup>kg</sup>; sa richesse en fécule, déterminée d'après la densité des tubercules, s'est trouvée également beaucoup plus élevée, puisqu'elle a atteint 24 pour 100 des tubercules contre 19,8 et 19,5 qu'ont donnés les autres variétés.

» La quantité de fécule produite à l'hectare par la Richter's Imperator

---

(1) Le détail des expériences est inséré au tome XVI des *Annales agronomiques*, p. 5.

dépasse 7000<sup>kg</sup>, tandis que les deux autres variétés ne donnent guère que 5000<sup>kg</sup>.

» Bien que les résultats précédents soient inférieurs à ceux qu'ont obtenus la plupart des correspondants de M. Girard, ils sont de nature à montrer que la nouvelle variété présente, sur celles qu'emploient habituellement les fabricants de fécule, une supériorité marquée. »

### MÉMOIRES PRÉSENTÉS.

M. **ROUBERTIE** soumet au jugement de l'Académie un Mémoire intitulé « Projet de chauffage des générateurs à vapeur, par l'air, le gaz et la vapeur, décomposés en leurs éléments ».

(Commissaires : MM. Resal, Maurice Lévy, Marcel Deprez).

M. **MAURICE NICOLAS** adresse une Note relative à de nouveaux procédés de production du phosphate de chaux et de l'acide phosphorique.

(Commissaires : MM. Fremy, Friedel, Schützenberger).

### CORRESPONDANCE.

M. **FAYE**, en offrant à l'Académie un exemplaire de l'*Annuaire du Bureau des Longitudes* pour 1890, s'excuse du retard qu'il a apporté involontairement à cette présentation.

« La partie astronomique devient chaque année plus importante et plus complète. Ce Volume présente, cette année, un Tableau des phénomènes planétaires (aspects), les données les plus exactes que l'on possède aujourd'hui sur les étoiles variables, un Catalogue d'étoiles principales dont les grandeurs répondent à l'échelle photométrique de M. Pickering, des documents sur l'usage du baromètre anéroïde, l'élasticité des solides et la température neutre des couples thermo-électriques. Ce Volume donne enfin les éléments magnétiques pour la France et les ports au 1<sup>er</sup> janvier 1890, et en diverses stations de la Méditerranée (1887).

» Les Notices comprennent les discours prononcés à l'occasion de l'inauguration de la statue de Le Verrier à l'Observatoire, et dans les divers



Congrès qui ont eu lieu l'an dernier à Paris, ainsi qu'une Revue des principaux travaux du Bureau des Longitudes en 1889.

» Les planches jointes à ce Volume sont : 1° une Carte des lignes d'égale déclinaison et d'égale inclinaison; 2° une Carte des méridiens magnétiques et lignes d'égale composante horizontale.

» Je saisis cette occasion de remercier, au nom du Bureau des Longitudes, les savants qui ont bien voulu lui accorder, cette année comme les précédentes, leur précieuse collaboration. »

M. le **SECRÉTAIRE PERPÉTUEL** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance, la 16<sup>e</sup> livraison du « *Traité d'Anatomie comparée pratique*, par Carl Vogt et Émile Yung ». (Présenté par M. de Quatrefages.)

M. **BELTRAMI**, nommé Correspondant pour la Section de Mécanique, adresse ses remerciements à l'Académie.

M. **KELSCH** adresse ses remerciements à l'Académie pour la distinction accordée à ses travaux dans la dernière séance publique.

**ANALYSE MATHÉMATIQUE.** — *Sur les fonctions de deux variables à plusieurs paires de périodes.* Note de M. **PAUL APPELL**, présentée par M. Hermite.

« Pour étendre aux fonctions périodiques de deux variables les résultats que j'ai eu l'honneur de présenter à l'Académie sur les fonctions elliptiques <sup>(1)</sup>, on peut prendre, comme point de départ, la remarque suivante relative à un théorème de M. Poincaré.

» Soit  $f(x, y)$  une fonction analytique uniforme de  $x$  et  $y$ , se comportant à distance finie comme une fraction rationnelle; d'après M. Poincaré (*Acta mathematica*, t. II), cette fonction peut s'écrire sous la forme

$$f(x, y) = \frac{\varphi(x, y)}{\psi(x, y)},$$

les fonctions  $\varphi(x, y)$  et  $\psi(x, y)$  étant des fonctions entières qui ne s'an-

<sup>(1)</sup> *Comptes rendus*, séance du 6 janvier 1890.

nulent simultanément qu'aux points où la fonction  $f(x, y)$  est indéterminée. Voici maintenant la remarque qu'on peut faire au sujet de cette expression donnée par M. Poincaré. Si, par un procédé quelconque, on a mis la même fonction  $f(x, y)$  sous la forme du quotient de deux autres fonctions entières  $\varphi_1(x, y)$  et  $\psi_1(x, y)$ , de manière à avoir l'identité

$$\frac{\varphi_1(x, y)}{\psi_1(x, y)} = \frac{\varphi(x, y)}{\psi(x, y)},$$

on a nécessairement

$$\begin{aligned}\varphi_1(x, y) &= \varphi(x, y) G(x, y), \\ \psi_1(x, y) &= \psi(x, y) G(x, y),\end{aligned}$$

$G(x, y)$  désignant une fonction entière. La démonstration de cette proposition repose sur les méthodes indiquées par M. Weierstrass dans le Mémoire intitulé *Einige auf die Theorie der analytischen Functionen mehrerer veränderlichen sich beziehende Sätze*, dont l'exposition détaillée a fait le principal sujet de la thèse de doctorat de M. Dautheville (Paris, 1885).

» Cette remarque étant faite, imaginons que la fonction  $f(x, y)$  admette un groupe de périodes  $a, b$ , c'est-à-dire que

$$f(x + a, y + b) = f(x, y);$$

on a alors l'identité

$$(1) \quad \frac{\varphi(x + a, y + b)}{\psi(x + a, y + b)} = \frac{\varphi(x, y)}{\psi(x, y)};$$

d'où l'on conclut que le rapport

$$(2) \quad \frac{\varphi(x + a, y + b)}{\varphi(x, y)}$$

est une fonction entière  $G(x, y)$ . Le rapport inverse est aussi une fonction entière; car, en faisant

$$x = x' - a, \quad y = y' - b,$$

l'identité (1) se transforme en la suivante

$$\frac{\varphi(x', y')}{\psi(x', y')} = \frac{\varphi(x' - a, y' - b)}{\psi(x' - a, y' - b)},$$



qui montre que le rapport

$$\frac{\varphi(x' + a, y' + b)}{\varphi(x', y')} = \frac{\varphi(x, y)}{\varphi(x + a, y + b)}$$

est une fonction entière. La fonction entière  $G(x, y)$  est donc telle que son inverse est aussi une fonction entière, et l'on a

$$G(x, y) = e^{g(x, y)},$$

$g(x, y)$  étant une fonction entière.

» En résumé, si la fonction  $f(x, y)$  admet une paire de périodes  $a, b$ , les fonctions  $\varphi$  et  $\psi$  vérifient des relations de la forme

$$(3) \quad \frac{\varphi(x + a, y + b)}{\varphi(x, y)} = \frac{\psi(x + a, y + b)}{\psi(x, y)} = e^{g(x, y)}.$$

» Si la fonction admet deux, trois ou quatre paires de périodes, on aura deux, trois ou quatre relations de cette forme (3), que l'on simplifiera comme nous l'avons fait pour les fonctions elliptiques. On arrive ainsi à montrer que les fonctions à quatre paires de périodes, sans singularités essentielles à distance finie, s'expriment à l'aide des  $\Theta$  doubles (1). On obtient également, sous une forme intéressante, les expressions des fonctions de deux variables, avec deux ou trois paires de périodes. Enfin, on peut établir des relations de la forme (3) pour les fonctions de deux variables  $x$  et  $y$ , qui n'ont pas de singularités essentielles à distance finie, et qui ne changent pas de valeur quand on remplace  $x$  et  $y$  par  $ax + by + c$  et  $a'x + b'y + c'$ ,  $a, b, c, a', b', c'$  désignant des constantes (2). J'espère pouvoir prochainement publier un Mémoire détaillé sur ces différentes questions. »

(1) Voyez, sur ce théorème énoncé par Riemann, la fin d'une Lettre de M. Weierstrass (*Journal de Crelle*, t. 89), et une Note de MM. Poincaré et Picard (*Comptes rendus*, 1883, t. XCVII).

(2) Voyez les recherches de M. Fuchs (*Journal de Crelle*, t. 89 et 90; *Bulletin des Sciences mathématiques*, 2<sup>e</sup> série, t. IV et V).

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les transformations simplement rationnelles des surfaces algébriques.* Note de M. PAUL PAINLEVÉ, présentée par M. Picard.

« Je me propose dans cette Note d'étendre aux transformations simplement rationnelles la méthode de M. Picard, relative aux transformations birationnelles des surfaces. Soient

$$(1) \quad F(x, y, z) = 0$$

l'équation d'une surface algébrique  $S$ ,  $p$  le nombre (*plus grand que 1*) des polynômes  $L$  linéairement distincts *adjoints* à la surface,  $p_1$  le genre de l'intersection  $G$  de  $S$  avec la surface  $\Sigma$  (ou  $L = 0$ ); désignons par  $\gamma$  la courbe d'intersection de deux surfaces  $\Sigma$ ; cette courbe rencontre  $S$  en  $(p_1 - 1)$  points.

» Nous distinguerons trois classes de surfaces : la première (la plus générale) comprend les surfaces  $S$  pour lesquelles toute surface  $\Sigma$  qui passe par un point de  $S$  ne passe pas par d'autres points correspondants (en dehors des points singuliers de  $S$ ). Pour ces surfaces, les polynômes  $L$  distincts, regardés comme des coordonnées homogènes, définissent (à une transformation homographique près) une surface  $S_1$  de l'espace à  $(p - 1)$  dimensions, dite *surface normale*, qui correspond birationnellement à  $S$ . D'une manière plus précise, on peut exprimer que les trois surfaces

$$Q_2 - \alpha Q_1 = 0, \quad Q_3 - \beta Q_1 = 0, \quad Q_4 - \gamma Q_1 = 0$$

ont avec  $S$  un point commun et un seul. Pour cela, il faut et il suffit que  $\alpha, \beta, \gamma$  vérifient une relation

$$(1') \quad \varphi(\alpha, \beta, \gamma) = 0,$$

et à chaque point  $(\alpha, \beta, \gamma)$  de  $(1')$  correspond un seul point  $(x, y, z)$  de  $S$ . Cette surface  $S_1$ , qui correspond birationnellement à  $S$ , est de degré  $(p_1 - p + 3)$ , comme l'a montré M. Noëther.

» La deuxième classe (où nous rangeons les surfaces de genre  $p = 3$ ) comprend les surfaces pour lesquelles toute surface  $\Sigma$ , passant par un point de  $S$ , passe par  $(n - 1)$  autres points correspondants : on a nécessairement  $n \leq \frac{p_1 - 1}{p - 3}$ . Toute surface  $\Sigma$ , tangente à  $S$  au point  $x, y, z$  est



*tangente aux points correspondants.* Toute courbe  $\gamma$  qui passe par  $(x, y, z)$  (ou est tangente à  $S$  en ce point) passe par les points correspondants (ou est tangente à  $S$  en ces points).

» La troisième classe comprend les surfaces  $S$  (en particulier les surfaces de genre  $p = 2$ ) pour lesquelles deux surfaces  $\Sigma$ , qui ont un point commun avec  $S$ , ont une ligne commune avec cette surface. Pour ces surfaces, les courbes  $C$  se décomposent en courbes de genre 1, et le rapport  $\frac{Q_i(x, y, z)}{Q_j(x, y, z)}$  est une fonction de  $\frac{Q_1(x, y, z)}{Q_2(x, y, z)}$  quand  $(x, y, z)$  varie sur  $S$ .

» Ceci posé, soient une seconde surface  $S'$

$$(2) \quad F'(x', y', z') = 0,$$

$p'$  et  $p'_1$  les nombres qui correspondent aux nombres  $p$  et  $p_1$ .

» Admettons qu'on puisse passer rationnellement de (1) à (2) par la transformation

$$(3) \quad x = h(x', y', z'), \quad y = k(x', y', z'), \quad z = l(x', y', z'),$$

qui dépend de paramètres arbitraires. On démontre, en répétant le raisonnement de M. Picard, que toute intégrale double de première espèce  $J$  de  $S$  se transforme en une intégrale analogue de  $S'$

$$J = \lambda_1 J'_1 + \dots + \lambda_{p'} J'_{p'},$$

les  $\lambda_i$  étant des constantes. On en conclut que,  $p$  étant plus grand que 1, la transformation (3) ne saurait dépendre de deux paramètres arbitraires. Si elle dépend d'un paramètre,  $S$  rentre dans la troisième classe, et le module des courbes  $C$  (de genre 1) est constant. Quand  $S'$  est de la troisième classe, il en est de même de  $S$ . Enfin on a, dans tous les cas,  $p \leq p'$ ,  $p_1 \leq p'_1$ .

» Supposons maintenant que  $S$  et  $S'$  fassent partie de la première classe; on aura

$$\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{\sum \mu_i Q'_i}{\sum \lambda_i Q'_i}, \quad \dots$$

On devra donc pouvoir déterminer les constantes  $\lambda, \mu, \dots$  de façon que les rapports  $\alpha, \beta, \gamma$ , introduits plus haut, vérifient la relation (1'), et ces conditions sont suffisantes. Ceci nous montre qu'on détermine algébriquement toutes les transformations (3); il ne saurait, par suite, exister entre (1) et (2) qu'un nombre fini de transformations rationnelles. Ceci revient à dire qu'on passe de la surface normale  $S_1$  à la surface normale  $S'_1$  par une trans-

formation

$$Q_j = \sum_{i=1}^{i=p'} \lambda_i^j Q_i.$$

Si donc  $p = p'$ , la transformation (3) est nécessairement birationnelle. On pouvait se servir également de la condition qui exprime que la surface  $\Sigma$  (ou la courbe  $j$ ) est tangente à  $S$ .

» Passons au cas où  $S'$  est de seconde classe,  $S$  étant de la première, et où il existe une transformation (3). La méthode précédente s'applique. Ajoutons que,  $\alpha', \beta', \gamma'$  désignant les rapports de quatre polynômes  $Q'$  quelconques, la surface  $S'_i$  ou

$$\varphi'(\alpha', \beta', \gamma') = 0$$

correspond rationnellement à  $S$ . Si  $S'_i$  n'est pas de la première classe, on raisonne sur  $S'_i$  comme sur  $S'$ , et, comme le genre  $p_i$  des  $S'_i$  diminue, on parvient à une surface  $S''$  de la première classe, qu'on peut substituer à  $S'$ . Si  $p = p'$ , la correspondance entre  $S$  et  $S''$  est nécessairement birationnelle.

» Il reste à examiner le cas où  $S$  ne serait pas de la première classe. »

#### CHIMIE. — Sur la substitution des sels dans les solutions mixtes.

Note de M. A. ÉTARD, présentée par M. A. Cornu.

« I. Précédemment, j'ai déterminé les lignes de solubilité complète d'un mélange de chlorures de potassium et de sodium. Cela équivaut à faire varier la quantité des métaux qui se partagent la saturation d'un même métalloïde en fonction de la température. Il était indispensable d'étudier le cas inverse, de déterminer ce qui se passe quand, dans la solution d'un même métal, les métalloïdes varient.

» II. Quand on dissout de l'iodure de potassium dans l'eau, la solubilité de  $-22^\circ$  à  $0^\circ$  est représentée par une droite très inclinée sur l'axe des  $t$ , mais trop peu étendue pour être exprimée par une formule exacte. De  $0^\circ$  à  $108^\circ$  on a une autre droite ( $0,1257 t$ ) moins inclinée. Enfin, de  $108^\circ$  à  $220^\circ$ , une dernière droite (4), moins inclinée encore, correspond à une solubilité de  $0,0603 t$ . En calculant par extrapolation, avec cette dernière valeur, le *point limite* (antérieurement défini), on trouve pour ce point  $637^\circ$ , qui se confond sensiblement avec le nombre  $639^\circ$  donné par les auteurs comme température de fusion de l'iodure de potassium pur. D'ailleurs, ces températures de fusion, prises par la méthode thermo-électrique,



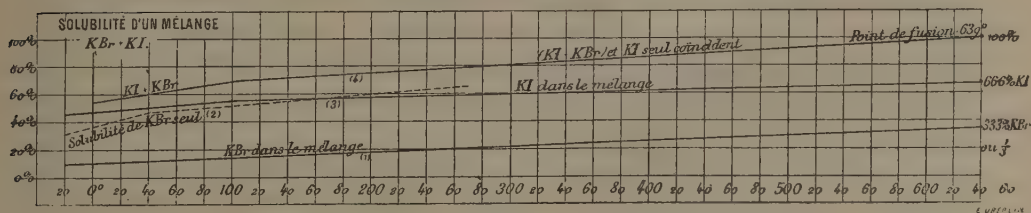
peuvent être entachées de quelques degrés d'erreur, d'après les auteurs mêmes qui les ont déterminées.

» Autrefois, j'ai publié un graphique bien moins étendu de la solubilité de KI. On voit maintenant que ce sel doit s'ajouter à la liste de ceux pour lesquels j'ai indiqué le point de fusion comme *limite* de la solubilité.

» De la comparaison de nombreuses lignes de solubilité complète, c'est-à-dire comprises entre les points de congélation de la solution et de fusion ignée du sel, il résulte que, en général, les segments droits successifs qui composent ces lignes sont d'autant moins inclinés sur l'axe des températures que celles-ci sont plus hautes. On remarque aussi que la plupart des sels subissent leurs perturbations de solubilité avant  $130^{\circ}$ , température peu compatible avec l'existence d'hydrates; aussi les droites très peu inclinées, qu'on trouve continues pendant de longs intervalles aux températures élevées, me paraissent devoir rester telles que je les ai observées, parfois jusqu'à  $260^{\circ}$ , et telles que je les représente ensuite jusqu'au *point limite*. Mais des actions étrangères, par exemple les décompositions chimiques, le point critique des dissolvants, etc., doivent empêcher ces lignes d'atteindre d'une façon *réelle* le point en question, dès qu'il se trouve au delà de  $300^{\circ}$ , alors même que l'expérience pourrait se faire. Ce sont, en dernière analyse, les lignes de solubilité dans leur portion expérimentalement connue qui ont les propriétés dont le *point limite* est l'expression théorique. Ce point coïncide souvent avec le point de fusion des sels, comme je l'ai établi, ce qui lui attribue une signification physique précise.

» III. Si l'on met une petite quantité d'eau en présence d'un grand excès d'un mélange d'iodure et de bromure de potassium, d'ailleurs en proportions quelconques, on constate les faits suivants :

» 1° La quantité totale des sels dissous pour chaque température est



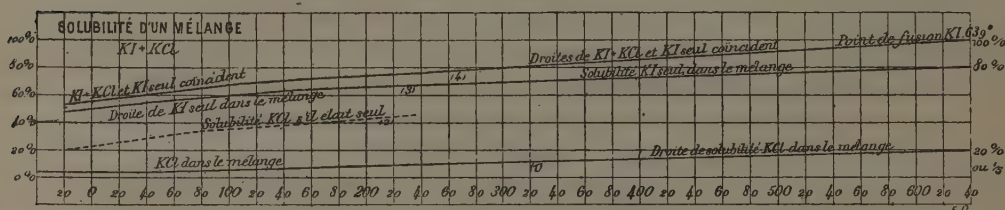
exactement la même que si l'on avait opéré avec l'iodure de potassium seul. Les lignes (4) de KI et de KI + KBr coïncident dans toute leur étendue. Dès lors, on doit admettre que la solubilité de la somme KI + KBr est *limite* au point de fusion de KI, à  $630^{\circ}$ .

» 2° En faisant l'analyse du mélange dissous, on trouve que, dans le mélange en question, le bromure de potassium suit la loi de solubilité de l'iodure et non la sienne propre. Les choses se passent comme s'il y avait *substitution* du brome à l'iode.

» 3° Si l'on recherche, à la limite de solubilité, c'est-à-dire à la température de 639°, le rapport des poids des composants KBr et KI (leur somme étant égale à l'unité ou 100 pour 100), le calcul par extrapolation donne pour ce rapport un chiffre très voisin de *deux à un*, soit 66,4 pour 100 KI et 33,6 pour 100 KBr. Ainsi, traitées individuellement, les lignes *expérimentales* (1) et (3) donnent chacune sur l'ordonnée limite les chiffres précités, qui, de plus, vérifient très sensiblement la condition que leur somme soit égale à l'unité, limite de la droite (4).

» IV. J'ai encore trouvé des relations simples de solubilité, en examinant les couples KI + KCl et KBr + KCl. Pour le premier, on observe :

» 1° Que la ligne de solubilité de KI et celle de la somme des sels (KI + KCl) coïncident dans toute leur étendue (4) et sont limitées à 639°, point de fusion de KI.



» 2° Le chlorure de potassium dans le mélange (1) se dissout selon la loi de l'iodure. La quantité de cet iodure qui se dissout à chaque température est moindre que s'il était seul; mais du chlorure se dissout à sa place, pour compléter la solubilité normale de KI. Cette *substitution* ne se fait pas selon les rapports atomiques ordinaires, mais je l'ai trouvée telle que les droites tendent, à l'ordonnée limite, vers les quantités 80 pour 100 pour KI et 20 pour 100 pour KCl, soit  $\frac{4}{5}$ .

» Le couple KBr + KCl donne lieu à des observations très analogues et conduit à la limite  $\frac{1}{4}$  pour KCl,  $\frac{3}{4}$  pour KBr. Prochainement, je pense revenir sur ce dernier couple et sur d'autres cas de solubilité mixtes (1). »

(1) Je remercie, en terminant, M. Lebeau, préparateur à l'École de Physique et de Chimie, de son concours dévoué.



CHIMIE. — *Sur l'état de l'iode en dissolution.* Note de MM. **HENRI GAUTIER** et **GEORGES CHARPY**, présentée par M. A. Cornu.

« On distingue généralement les solutions d'iode en deux classes : les solutions brunes (alcool, éther, etc...) et les solutions violettes (sulfure de carbone, chloroforme, benzine, etc.)...

» En examinant des solutions également concentrées d'iode dans un grand nombre de dissolvants, nous avons constaté qu'on pouvait les ranger de telle façon que la coloration variât d'une manière continue du brun au violet; la distinction généralement admise est donc trop absolue.

» Nous avons opéré sur quinze dissolvants, qui se classent dans l'ordre suivant, en allant du violet au brun :

1 <sup>o</sup> Coloration violette.	2 <sup>o</sup> Coloration rouge.
1. Sulfure de carbone.	4. Benzine.
2. Tétrachlorure de carbone.	5. Bichlorure d'éthylène.
3. Chloroforme.	6. Bibromure d'éthylène.
3 <sup>o</sup> Coloration rouge brun.	4 <sup>o</sup> Coloration brune.
7. Toluène.	11. Méthylbenzoïle.
8. Bromure d'éthyle.	12. Acide acétique.
9. Xylène (para).	13. Éther sulfurique.
10. Iodure d'éthyle.	14. Alcool.
	15. Acétone.

» L'examen, au spectroscopie, de solutions des divers groupes nous a montré que le spectre d'absorption varie aussi d'une manière continue. Pour les solutions violettes, on obtient un spectre qui se rapproche de celui de la vapeur d'iode, mais dans lequel la bande obscure, au lieu de commencer dans le rouge, commence dans le jaune, et empiète un peu plus sur le bleu que cela n'a lieu avec la vapeur d'iode; pour les groupes suivants, le déplacement de la bande obscure du côté du violet s'accroît; elle va du vert à l'indigo pour le deuxième, du milieu du vert au violet pour le troisième; enfin, pour le quatrième, elle couvre complètement le bleu et le violet. Nous publierons plus tard le relevé exact de ces spectres.

» Nous n'avons pu, jusqu'à présent, constater de relation entre la fonc-

tion chimique du dissolvant et la couleur de la solution (1); mais nous avons recherché si ces différences de teinte ne devaient pas être attribuées à une variation graduelle de l'état moléculaire du corps dissous. Nous avons employé, dans ce but, la méthode cryoscopique de M. Raoult; les constantes relatives à chaque dissolvant ont été déterminées par des expériences préliminaires, effectuées au moyen de solutions de paradichlorobenzine et de paradibromobenzine soigneusement purifiées.

» Nous citerons, en particulier, les expériences suivantes sur la benzine et le méthylbenzoïle :

Dissolvant.	Poids d'iode dissous dans 100 <sup>gr</sup> .	Abaissement du point de congélation.	Valeurs de la constante.	Poids moléculaire dédit.
Benzine.....	1,98 <sup>gr</sup>	0,30	50	330
	2,16	0,31	»	348
	2,69	0,39	»	345
Méthylbenzoïle ....	2,36	0,31	64	489
	1,42	0,19	64	480

» Nous avons expérimenté aussi sur le paraxylène et le dibromure d'éthylène; les nombres trouvés se rapprochent de ceux qui ont été obtenus avec la benzine, mais ne sont pas très concordants, ce qui tient, croyons-nous, à ce qu'il se produit assez rapidement une combinaison entre l'iode et le dissolvant (2).

» Si, des chiffres précédents, on rapproche ceux que l'on déduit des mesures de tensions de vapeur effectuées par M. Morris Loeb, sur les solutions d'iode dans l'éther et le sulfure de carbone, on obtient, pour le poids moléculaire de l'iode en dissolution, les valeurs suivantes :

Dissolvant.	Poids moléculaire.	
Éther.....	507	I <sup>1</sup> = 508
Méthylbenzoïle.....	484	I <sup>3</sup> = 381
Benzine.....	341	I <sup>2</sup> = 254
Sulfure de carbone.....	303	

(1) Cependant, pour les carbures benzéniques, il semble que la solution se rapproche du brun quand le poids moléculaire augmente.

(2) L'iode se combine facilement avec un grand nombre de corps organiques sous l'influence de la lumière, mais la réaction est limitée. On peut le mettre en évidence



» Il semble donc que la molécule d'iode, qui correspond à  $I^4$  pour les solutions brunes, se dédouble graduellement, pour se rapprocher de la valeur  $I^2$  qui correspond à l'iode à l'état de vapeur. Cette hypothèse paraît confirmée par l'influence qu'exerce la température sur la couleur de ces solutions. On observe, en effet, d'une manière très nette, que la teinte d'une solution se rapproche de celle des groupes précédents quand on élève sa température, et se rapproche, au contraire, des groupes suivants par le refroidissement.

» M. Berthelot avait fait remarquer qu'au point de vue de la grandeur des constantes thermochimiques les éléments à poids atomique élevé, tels que le brome et l'iode, se rapprochent des corps composés. La facile dissociation de la molécule d'iode semble confirmer cette analogie.

» Nous nous proposons de continuer cette étude par des mesures thermochimiques et des mesures des tensions de vapeur des différentes solutions. »

THERMOCHIMIE. — *Étude calorimétrique des phosphites et du pyrophosphite de soude.* Note de M. L. АМАТ, présentée par M. Troost. (Extrait.)

« J'ai indiqué (*Comptes rendus*, t. CVI, p. 1400) que le phosphite acide de soude  $PO^3H$ ,  $NaH$  peut, par simple déshydratation à l'étuve, perdre de l'eau et se transformer en un corps nouveau, le pyrophosphite de soude  $P^2O^5H^2Na^2$ , se distinguant du phosphite acide par une série de caractères bien nets. Cette conclusion se trouve pleinement confirmée par l'étude calorimétrique des phosphites et du pyrophosphite de soude.

» *Phosphite disodique.* — Le phosphite disodique  $PO^3HNa^2 + 5H^2O$  a été obtenu en saturant une solution d'acide phosphoreux par de la soude, jusqu'à coloration de la phtaléine du phénol. Les cristaux obtenus par évaporation fondaient vers  $53^{\circ}$ .

» La chaleur de dissolution (1 molécule 216<sup>gr</sup> dans 10<sup>lit</sup> d'eau) vers  $13^{\circ},5$  est  $-4^{Cal},6$  (moyenne de :  $-4^{Cal},57^{\circ}$  à  $13^{\circ},7$ ;  $-4^{Cal},59$  à  $12^{\circ},3$ ;  $-4^{Cal},64$  à  $14^{\circ}$ ).

---

de la façon suivante. Une solution d'iode dans un carbure (benzine, toluène, etc.) est abandonnée quelque temps à la lumière. On la décolore ensuite complètement par la potasse. Si on l'expose alors de nouveau à l'action de la lumière, on voit bientôt le liquide se colorer par suite de la décomposition du composé iodé qui avait pris naissance au début.

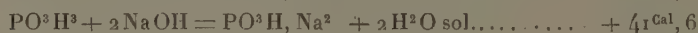
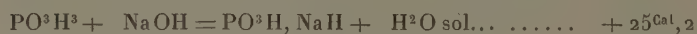
» Le phosphite disodique anhydre  $\text{PO}^3\text{HNa}^2$ , résultat de la déshydratation du sel précédent, d'abord dans le vide sec pour éviter la fusion de la matière, puis à  $150^\circ$  pour chasser les dernières traces d'eau, a donné comme chaleur de dissolution (1 molécule  $126^{\text{gr}}$  dans  $10^{\text{lit}}$ ), vers  $13^\circ, 5$ ,  $+ 9^{\text{Cal}}, 15$  (moyenne de :  $+ 9^{\text{Cal}}, 11$  à  $12^\circ, 5$ ;  $+ 9^{\text{Cal}}, 19$  à  $14^\circ, 7$ ).

» *Phosphite monosodique*. — Le phosphite monosodique hydraté  $\text{PO}^3\text{H}, \text{NaH} + \frac{1}{2}\text{H}^2\text{O}$  a été préparé comme je l'ai indiqué (*Comptes rendus*, t. CVI, p. 1351).

» On a trouvé pour la chaleur de dissolution d'une molécule ( $149^{\text{gr}}$  dans  $10^{\text{lit}}$ ), vers  $15^\circ$ ,  $- 5^{\text{Cal}}, 3$  (moyenne de :  $- 5^{\text{Cal}}, 27$  à  $10^\circ, 5$ ;  $- 5^{\text{Cal}}, 31$  à  $14^\circ, 1$ ;  $- 5^{\text{Cal}}, 30$  à  $15^\circ, 6$ ).

» Ce phosphite perd son eau de cristallisation dans le vide sec et donne le phosphite monosodique anhydre  $\text{PhO}^3\text{HNaH}$ , dont la chaleur de dissolution (1 molécule  $104^{\text{gr}}$  dans  $10^{\text{lit}}$ ) a été trouvée égale à  $+ 0^{\text{Cal}}, 75$  vers  $13^\circ$  (moyenne de :  $+ 0^{\text{Cal}}, 83$  à  $14^\circ, 5$ ;  $+ 0^{\text{Cal}}, 73$  à  $13^\circ, 7$ ;  $+ 0^{\text{Cal}}, 74$  à  $13^\circ, 6$ ;  $+ 0^{\text{Cal}}, 68$  à  $12^\circ, 1$ , nombres qui semblent dépendre de la température).

» Si l'on joint, à ces données, la chaleur de dissolution de l'acide phosphoreux  $- 0^{\text{Cal}}, 13$ , celle de la soude  $+ 9^{\text{Cal}}, 78$ , et la chaleur de neutralisation d'une molécule d'acide phosphoreux par 1 ( $14^{\text{Cal}}, 83$ ) ou par 2 ( $28^{\text{Cal}}, 45$ ) molécules de soude, on calcule pour la chaleur de formation à l'état solide des phosphites mono et disodiques anhydres, en partant de l'acide et de la base solides :



» *Pyrophosphite de soude*  $\text{P}^2\text{O}^5\text{H}^2\text{Na}^2$ . — La chaleur de dissolution de ce sel est très faible; on a trouvé (pour 1 molécule  $190^{\text{gr}}$  dans  $20^{\text{lit}}$ ), vers  $13^\circ$ ,  $+ 0^{\text{Cal}}, 3$ .

» Si, en dissolvant le pyrophosphite dans l'eau, ce sel fixait de l'eau et redonnait immédiatement du phosphite acide de soude, la chaleur de dissolution d'une molécule de pyrophosphite devrait être supérieure à la chaleur de dissolution,  $2 \times 0^{\text{Cal}}, 75 = 1^{\text{Cal}}, 5$ , d'une quantité équivalente de phosphite acide, c'est-à-dire 2 molécules. Le nombre trouvé,  $0^{\text{Cal}}, 3$ , notablement inférieur à  $1^{\text{Cal}}, 5$ , montre donc que les solutions de pyrophosphite de soude et de phosphite acide ne sont pas identiques, ce que l'on peut vérifier au moyen du méthylorange et de la phtaléine du phénol,



du nitrate d'argent, comme je l'ai déjà indiqué, et enfin du nitrate de plomb, ainsi que je le montrerai dans une prochaine Note.

» J'ai vérifié que la soude transforme le pyrophosphite en phosphite disodique. Il y a deux phases dans le phénomène calorifique qui en résulte : d'abord un dégagement de chaleur très faible, indiqué par la variation brusque de température au moment du mélange de la soude et du pyrophosphite; puis un dégagement de chaleur beaucoup plus grand, dû à la transformation de ce sel et accusé par un accroissement de température ayant lieu graduellement, avec une vitesse qui dépend de la concentration de la soude.

» Lorsqu'on veut évaluer le premier dégagement de chaleur, il faut ralentir autant que possible la seconde partie du phénomène et, pour cela, opérer avec une solution *étendue* de soude. Si l'on veut, au contraire, déterminer la chaleur de transformation du sel, il faut employer une solution *concentrée* de soude.

» En opérant avec une solution *étendue* de soude et en tenant compte de la chaleur de dissolution du pyrophosphite de soude  $0^{\text{Cal}},3$ , on trouve, pour le dégagement de chaleur au moment du mélange, avant que la transformation ait eu le temps de se produire,  $+ 0^{\text{Cal}},5$ , nombre très faible qui montre que le sel saturé de l'acide pyrophosphoreux est  $\text{P}^2\text{O}^5\text{H}^2\text{Na}^2$ , c'est-à-dire un sel contenant 2 atomes de phosphore pour 2 atomes de sodium. Au contraire, le sel saturé de l'acide phosphoreux  $\text{PO}^3\text{HNa}^2$  contient, pour 2 atomes de sodium, un seul atome de phosphore.

» Pour déterminer la chaleur de transformation, on a dû employer une solution de soude beaucoup plus concentrée que la précédente (1,13 molécule par litre). En opérant dans des conditions aussi identiques que possible, on a déterminé d'abord le dégagement de chaleur qui se produit lorsque le pyrophosphite de soude solide est traité par un excès de soude : on a trouvé, pour  $\frac{1}{2}$  molécule ( $95^{\text{gr}}$ ), vers  $14^{\circ}$ ,  $+ 17^{\text{Cal}},49$  (moyenne de :  $+ 17^{\text{Cal}},54$  à  $13^{\circ},8$ ;  $+ 17^{\text{Cal}},44$  à  $14^{\circ},7$ ); puis le dégagement de chaleur qui se produit lorsqu'une quantité équivalente de phosphite acide, c'est-à-dire 1 molécule ( $104^{\text{gr}}$ ), est traitée par un excès de soude, soit  $+ 14^{\text{Cal}},93$  vers  $14^{\circ}$  (moyenne : de  $14^{\text{Cal}},86$  à  $13^{\circ},8$ ;  $15^{\text{Cal}},00$  à  $14^{\circ},1$ ). Ce qui donne :



» L'acide sulfurique produit aussi la même transformation. On a dissous dans cet acide (0,465 molécule de  $\text{SO}^3$  par litre) :

» 1° Du phosphite acide de soude anhydre (1 molécule dans 10<sup>lit</sup>); on

a trouvé, vers  $14^{\circ},5$ ,  $-0^{\text{Cal}},835$  (à  $15^{\circ}$ ,  $-0^{\text{Cal}},834$ ; à  $14^{\circ},5$ ,  $-0^{\text{Cal}},835$ );

» 2° Une quantité équivalente de pyrophosphite, c'est-à-dire une demi-molécule, qui a donné, vers  $14^{\circ},5$ ,  $+1^{\text{Cal}},54$  (moyenne de :  $+1^{\text{Cal}},47$  à  $13^{\circ}$ ;  $+1^{\text{Cal}},61$  à  $15^{\circ},6$ ).

» Au lieu de  $2^{\text{Cal}},54$  trouvé par la soude, on a  $2^{\text{Cal}},374$ , nombres très voisins.

» Une autre série a donné  $2^{\text{Cal}},40$ .

» Si l'on adopte le nombre  $2,4$  donné par la méthode de l'acide sulfurique qui présente plus de simplicité, on a :



» On a trouvé, d'autre part, en comparant la chaleur de dissolution des phosphites monosodiques :



» Soit environ  $3^{\text{Cal}},86$  par molécule d'eau de cristallisation.

» On voit donc, ainsi qu'on pouvait le prévoir, que la fixation d'une molécule d'eau au pyrophosphite de soude dégage plus de chaleur que la fixation d'une molécule d'eau de cristallisation au phosphite monosodique. »

CHIMIE ORGANIQUE. — *Action du chlorure d'éthylmalonyle sur l'éthylbenzine en présence du chlorure d'aluminium.* Note de MM. A. BÉHAL et V. AUGER, présentée par M. Friedel.

« Dans une précédente Communication <sup>(1)</sup>, nous avons montré que le chlorure d'éthylmalonyle réagit sur les carbures aromatiques pour donner naissance à une nouvelle classe de diacétones, que nous avons supposées être des hydrométanaphthoquinones. Cependant, certains faits semblaient *a priori* devoir faire rejeter cette hypothèse; c'est ainsi que la benzine et la naphthaline, donnant elles aussi les composés que nous avons désignés sous le nom d'*acides à sels rouges*, ne permettaient point de comprendre cette constitution.

» Il faut, en effet, pour qu'il puisse se former une hydronaphthoquinone, que le carbure aromatique qui entre en réaction possède une chaîne latérale, puisque, pour former le noyau de la naphthoquinone, il faut une chaîne

(1) *Comptes rendus*, t. CIX, p. 970.



de quatre atomes de carbone greffée sur un noyau aromatique, et le chlorure d'éthylmalonyle n'en possède que trois; la chaîne se fermant par les atomes de carbone qui renferment du chlore. Cette contradiction n'est qu'apparente; en effet, les analyses des dérivés obtenus avec la benzine et la naphthaline conduisaient à y voir, non un dérivé de la benzine ou de la naphthaline, mais bien un dérivé de l'éthylbenzine ou de l'éthyl-naphthaline.

» En présence de ces résultats, nous nous sommes proposé de faire réagir le chlorure d'éthylmalonyle sur l'éthylbenzine, pour essayer d'identifier l'acide à sel rouge obtenu dans cette réaction avec celui qui se forme lorsqu'on opère avec la benzine. Nous supposons que le groupement éthyle du chlorure de l'acide éthylmalonique pouvait donner naissance, en réagissant sur de la benzine, à de l'éthylbenzine.

» Voici comment l'opération a été conduite et quels sont les résultats obtenus :

» On mélange 200<sup>gr</sup> d'éthylbenzine avec 45<sup>gr</sup> de chlorure d'éthylmalonyle, puis on ajoute, par portions de 20<sup>gr</sup>, du chlorure d'aluminium, de façon à arriver à un total de 100<sup>gr</sup>. On conduit le reste de l'opération comme nous l'avons indiqué dans la Communication précédente que nous avons eu l'honneur de présenter à l'Académie.

» La solution alcaline renferme un acide à sel rouge sur lequel nous reviendrons dans une prochaine Communication.

» Le liquide, plus léger que l'eau, après avoir été agité avec la liqueur alcaline, est lavé et séché sur le chlorure de calcium.

» On distille : l'éthylbenzine passe d'abord; puis on observe, en distillant à la pression ordinaire, un point d'arrêt dans la marche du thermomètre entre 175° et 185°.

» On sépare cette portion et on la rectifie; avec quatre rectifications au moyen d'un tube Lebel-Henninger, on obtient 15<sup>gr</sup> <sup>(1)</sup> d'un liquide possédant une odeur faiblement anisée, et passant de 180° à 181° sous 766<sup>mm</sup>.

» Ce corps est de la métadiéthylbenzine comme le montrent l'analyse et ses différentes propriétés. En effet, oxydée par le permanganate de potasse, elle donne de l'acide métaphthalique. Voici comment on a réalisé cette oxydation :

» On a introduit dans un ballon 13<sup>gr</sup> de permanganate de potasse dissous dans 250<sup>gr</sup> d'eau, puis on y a ajouté 4<sup>gr</sup> de diéthylbenzine. On a adapté au ballon un réfrigérant ascendant et l'on a porté le liquide à l'ébullition; on a fait alors tomber goutte à goutte un léger excès d'une solution de soude concentrée. Lorsque tout le permanganate fut réduit, comme il surnageait de la diéthylbenzine, on a ajouté dans la liqueur

---

(1) En admettant que les portions inférieures et supérieures renferment 5<sup>gr</sup> de diéthylbenzine, cela fait un rendement de 60 pour 100 du chiffre théorique.

106<sup>r</sup> de permanganate dissous et recommencé l'opération comme il vient d'être dit. La liqueur alcaline a été filtrée, puis précipitée par l'acide chlorhydrique et filtrée bouillante. Le précipité a été lavé avec de petites quantités d'eau bouillante. On a obtenu ainsi une poudre cristalline parfaitement blanche et légèrement soluble dans l'eau bouillante, d'où elle se dépose en cristaux microscopiques par refroidissement.

» Le précipité recueilli sur un disque à filtration a été séché, puis repris par environ vingt fois son poids d'éther bouillant <sup>(1)</sup>.

» La liqueur éthérée, filtrée, puis évaporée à sec, a donné un dépôt abondant d'un acide fusible au-dessus de 300° dans un petit tube de verre, mais se volatilisant sans fondre sur une lame de platine chauffée.

» Cet acide est l'acide métaphtalique. Les propriétés que nous venons de décrire ne suffiraient pas à le caractériser, mais nous avons préparé son éther méthylque de la façon suivante :

» L'acide pulvérisé est traité par cinq fois son poids de perchlorure de phosphore à une température voisine de 100°; quand le mélange est liquéfié, on le porte à l'ébullition pendant quelques minutes, et on le verse dans l'alcool méthylque en excès; on étend d'eau; on reprend par l'éther. Ce dernier abandonne, par évaporation, une substance solide que l'on fait cristalliser dans l'alcool méthylque aqueux; on obtient ainsi de longues aiguilles feutrées qui, séchées, fondent à 64°; c'est le point de fusion de l'éther diméthylque de l'acide métaphtalique.

» La diéthylbenzine que nous avons obtenue est donc la métadiéthylbenzine <sup>(2)</sup>.

» Sa densité à 0° = 0,8812. Son indice de réfraction, déterminé au moyen de l'appareil de M. Soret, est égal à 1,472 à 14°.

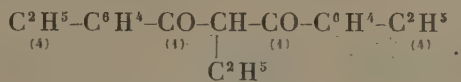
» Cette formation de diéthylbenzine, à l'aide du chlorure d'éthylmalonyle, est assez singulière; cependant, si l'on songe que la molécule de l'acide malonique est très électronégative, qu'un atome d'hydrogène est facilement remplaçable par un atome de métal, on comprendra que le radical éthyle, qui fait partie du chlorure d'éthylmalonyle, molécule plus électronégative encore, puisse, quoique étant uni directement à un atome de carbone, jouer à peu près le même rôle que s'il était à l'état d'éther éthylique.

» Indépendamment de la diéthylbenzine, il se forme encore dans cette

(1) Le résidu renferme un peu d'acide téréphtalique, ce qui montre qu'il se forme dans cette réaction un peu de paradiéthylbenzine.

(2) Ce carbure a été obtenu par M. Voswinkel (*D. chem. G.*, 21, 2829) dans l'action du bromure d'éthyle sur la benzine en présence du chlorure d'aluminium.

réaction une diacétone, l'éthyldiéthylbenzoylméthane



» Ce corps distille dans le vide entre 270° et 275°. Il cristallise facilement dans l'alcool en aiguilles s'assemblant en mamelons. Cette diacétone fond à 88°-89°. Sous l'influence des alcalis; elle se dédouble en acide paraéthylbenzoïque et en propyle-éthylphénylacétone



Cette acétone bout à 150° sous 20<sup>mm</sup>; sa densité à 0° = 0,9800; son indice de réfraction, déterminé au moyen de l'appareil de M. Soret, est égal à 1,499 à 14° (1). »

PHYSIOLOGIE PATHOLOGIQUE. — *Recherches du pneumocoque dans la pneumonie fibrineuse, consécutive à la grippe.* Note de MM. G. SÉE et F. BORDAS.

« Nous avons l'honneur de présenter à l'Académie une Note relative aux recherches que nous avons faites à la clinique de l'Hôtel-Dieu sur le diplocoque de la pneumonie. Nos expériences ont porté sur un grand nombre de malades atteints de pneumonie fibrineuse, consécutive à la grippe, et à diverses périodes d'évolution de la maladie. Les résultats qui nous ont été fournis sont les suivants :

» 1° On rencontre toujours le diplocoque lancéolé de Pasteur-Talamon dans le poumon d'individus ayant succombé à la pneumonie fibrineuse ou lobaire. Dans ce cas, lesensemencements faits avec l'exsudat fibrineux ne fournissent pas une culture pure de pneumocoques; on rencontre un certain nombre de micro-organismes, tels que des streptocoques, *Pyogeus aureus*, etc.

» 2° En ponctionnant la rate, nous avons obtenu des cultures pures et très abondantes de diplocoques lancéolés.

» 3° Les lapins inoculés avec des cultures provenant du sang de la

(1) Travail fait au laboratoire de M. Friedel.



rate n'ont pas tardé à succomber avec tous les caractères de la pneumonie fibrineuse.

» 4°. Nous n'avons *jamais* rencontré le diplocoque lancéolé dans le sang d'individus atteints de pneumonie, soit avant, soit immédiatement après la mort, sauf pourtant dans un cas où le malade a succombé à une infection généralisée et à des accidents méningitiques.

» Il en résulte que nous considérons la pneumonie, non seulement comme une maladie locale d'origine infectieuse, mais encore comme une maladie qui peut devenir *infectante*, en ce sens qu'elle peut envahir d'autres organes. »

PHYSIOLOGIE EXPÉRIMENTALE. — *Sur la respiration pulmonaire*. Note de M. CHR. BOHR, présentée par M. A. Chauveau.

« Dans une série d'expériences, j'ai étudié sur des chiens la tension des gaz dans le sang artériel et dans l'air expiré en même temps des poumons. Le but de ces recherches était d'éclaircir, par une comparaison entre les tensions des deux côtés des parois des vésicules pulmonaires, si l'échange gazeux dans les poumons est dû à une simple diffusion, ou si les éléments du tissu pulmonaire jouent un rôle actif dans le phénomène.

» Les méthodes employées et les détails des expériences seront décrits dans un Mémoire qui paraîtra prochainement. Je me borne ici à indiquer, dans ses traits principaux, le procédé que j'ai suivi pour déterminer la tension des gaz dans le sang. Le sang se rend directement d'une artère dans un appareil spécialement construit pour ces recherches, et où, sur une grande surface, il échange par diffusion ses gaz avec l'air de l'appareil; puis, après y avoir séjourné une fraction de minute, il rentre dans l'animal soumis à l'expérience par l'extrémité périphérique d'une artère coupée ou par une veine, et est aussitôt remplacé par une nouvelle portion de sang frais. On peut ainsi prolonger beaucoup la durée de l'expérience, tout en n'employant constamment que du sang frais qui ne séjourne que très peu de temps hors de l'animal. En outre, grâce à cette disposition, l'équilibre de l'échange par diffusion entre les gaz du sang et l'air de l'appareil s'établit rapidement; en analysant ensuite cet air et en notant la pression totale dans l'appareil, on peut calculer la tension partielle des différents gaz, et ces tensions sont identiques à celles qu'ils ont dans le sang.

» J'ai déjà, dans *Centralblatt für Physiologie*, 1887-88, publié quelques

expériences exécutées d'après cette méthode; l'air inspiré était dans toutes ces expériences de l'air atmosphérique pur. J'ai maintenant étendu le champ de ces recherches en y joignant des expériences où l'air inspiré renferme une quantité plus ou moins grande d'acide carbonique, condition qui semble devoir être très propre à stimuler l'activité spécifique des poumons, si toutefois cette activité est réelle.

» Les résultats de mes recherches peuvent se résumer dans les propositions suivantes :

» I. La tension des gaz, dans le sang artériel et dans l'air expiré en même temps des poumons, a, dans la plupart des cas, présenté des valeurs telles que les différences de pression des deux côtés des parois des vésicules pulmonaires ne peuvent être la force qui détermine la marche des gaz à travers le tissu des poumons.

» II. Le fait se manifeste surtout clairement dans l'inspiration d'un air renfermant de l'acide carbonique.

» III. La tension dans le sang artériel, tant en ce qui concerne l'acide carbonique que l'oxygène, est très variable dans les différents individus, même s'ils sont placés dans des conditions extérieures identiques; elle peut même, pendant de courtes périodes, varier chez le même individu, sans qu'il se produise de changement appréciable dans les conditions extérieures.

» Il est donc bien permis de considérer l'absorption et l'élimination des gaz à travers les poumons, comme analogues aux phénomènes qui, dans l'organisme, sont compris sous le nom de *sécrétions glandulaires*. De même que les autres organes, les poumons ne peuvent déployer leur activité spéciale que dans des limites étroites, marquées par les conditions physiques extérieures, comme le montrent les phénomènes connus qui se produisent lorsque l'organisme se trouve exposé à un air très pauvre en oxygène ou très riche en acide carbonique. Mais, en dehors de ces cas extrêmes, l'action spéciale du tissu pulmonaire est la principale cause déterminante de la tension des gaz dans le sang. »

PHYSIOLOGIE EXPÉRIMENTALE. — *Sur le venin de la Salamandre terrestre.*

Note de M. ABEL DUTARTRE, présentée par M. A. Chauveau.

« Sans m'arrêter sur l'action convulsivante de la salamandrine, signalée et étudiée depuis longtemps sur les Mammifères, j'indiquerai, parmi les

nouveaux résultats de mes recherches, la diminution considérable du nombre des globules sanguins, déjà vue chez la Grenouille (Note du 1<sup>er</sup> avril) et que j'ai retrouvée chez les Mammifères.

» *Résumé d'une expérience.* — Le 22 mai, sur une petite chienne du poids de 3<sup>k</sup><sub>5</sub>,780, on compte les globules sanguins, au moyen de l'hématimètre de Hayem : 7192000 par millimètre cube. Injection sous la peau du dos de 4<sup>cc</sup> d'une solution fraîche de venin contenant 1<sup>mgr</sup>,23 de salamandrine par centimètre cube <sup>(1)</sup>. Après vingt minutes, apparition des premiers accès convulsifs, salivation abondante, pupille fortement dilatée pendant les accès, qui se reproduisent rapidement et durent quelques heures sans présenter cependant de tétanos complet.

» Tous les deux jours, nouvelle injection de la même quantité de venin et numération des globules, dont le nombre diminue régulièrement de 300000 à 400000. La température rectale, pendant les accès convulsifs, qui ne diminuent guère d'intensité, est de 39° à 39°,5.

» Le 9 juin, nombre des globules 2356000.

» 11 juin : il m'est impossible de faire cette numération, le sang se coagulant dans la pipette malgré toutes les précautions prises. Les convulsions sont très violentes, avec tétanos complet : l'animal meurt par asphyxie. A l'autopsie faite de suite, je remarque la complète coagulation du sang dans les vaisseaux.

» Dans cette expérience et dans plusieurs autres, je n'ai pas remarqué d'accoutumance au venin; les convulsions peuvent devenir plus faibles; mais elles sont toujours en rapport avec la vigueur de l'animal. Je continue l'étude de la coagulation du sang et de l'hypersécrétion glandulaire.

» Chez les Invertébrés, l'action du venin varie suivant les groupes. Le Colimaçon et la Limace n'ont présenté aucun indice d'empoisonnement. Des Grillons et des Carabes ont eu une période convulsive très forte, suivie de léthargie qui a disparu dans les vingt-quatre heures.

» Les bactéries vivent et se multiplient rapidement dans la solution aqueuse de venin. Ce dernier ne contient cependant pas de microbes, du moins dans la région profonde des glandes. Desensemencements sur plaques de gélatine et dans différents bouillons n'ont montré aucune colonie;

---

(1) La solution aqueuse est préparée au moment de s'en servir, en recueillant le venin d'un même nombre de Salamandres, dans une quantité d'eau déterminée. On fait bouillir, on filtre pour séparer les albuminoïdes. 100<sup>cc</sup> de la solution servent à doser la salamandrine à l'état de chlorure. Dans une longue série d'expériences, la quantité de salamandrine par centimètre cube a varié de 0<sup>mgr</sup>,96 à 1<sup>mgr</sup>,5, moyenne 1<sup>mgr</sup>,23. Les résultats sont aussi exacts qu'en se servant du chlorhydrate, qui me paraît un peu moins actif et qu'il est difficile de conserver pur.



les préparations faites avec le mucus de la surface en présentent, au contraire, de nombreuses.

» La salamandrine ne paraît pas exister dans le sang : l'injection de sérum (préparé selon la méthode de A. Mosso) n'a point produit d'intoxication ; l'étude chimique ne m'a donné aucun résultat.

» Outre la salamandrine, le venin contient un corps volatil à la température ordinaire, qui lui donne son odeur musquée caractéristique, mais que jusqu'alors je n'ai pu recueillir et analyser.

» La larve aquatique ne présente pas de venin comparable à celui de l'adulte.

» La salamandrine rentre dans le groupe des leucomaines : les autres Batraciens, Crapaud, Triton, présentent des produits semblables, bien que leur action physiologique soit différente. J'en ai encore trouvé dans la Grenouille verte ou rousse, et des recherches commencées sur l'épiderme de quelques poissons m'ont déjà montré des corps analogues <sup>(1)</sup>. »

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sélénotropisme*. Note de M. CH. MUSSET, présentée par M. Duchartre.

« Dans la séance du 5 mars 1883, j'avais l'honneur de présenter à l'Académie quelques résultats de mes expériences sur l'action fléchissante et directrice de la lumière réfléchie par la Lune, sur des semis de plantes germées à l'obscurité complète. On a reproché à ces résultats de s'adresser à des plantes étiolées, malades ; c'est sur des plantes ayant poussé librement et à toutes les expositions qu'ont porté mes observations actuelles.

» Du 10 juillet au 14 août dernier, j'ai profité d'une saison florale que j'ai faite à Prémol, pour contrôler mes observations antérieures sur le sélénotropisme <sup>(2)</sup> ; Prémol est une maison forestière sise à 1100<sup>m</sup> d'altitude, au milieu d'une forêt de Sapins et d'Épicéas, entrecoupée de larges prairies d'une richesse florale vraiment exceptionnelle. Cette forêt, qui commence à 900<sup>m</sup> d'altitude, atteint celle de 1500<sup>m</sup> ; on a donc là un vaste champ d'étude, et les expositions diverses permettent de contrôler les différentes observations.

---

<sup>(1)</sup> Laboratoire de Zoologie de la Faculté de Besançon.

<sup>(2)</sup> Dans ces observations, le zèle de mon fils, Gabriel Musset, Inspecteur adjoint des Forêts, m'a été d'un précieux concours.

» Pendant les nuits exceptionnellement sereines des 11, 12, 13 et 14 juillet, et de même pendant celles des 9, 10, 11, 12 et 13 août, j'ai relevé avec exactitude la position des axes floraux d'un très grand nombre de plantes, par rapport au cours de notre satellite. Voici mon procédé d'observation : à 6<sup>h</sup> du soir, je relevais l'orientation des plantes que je devais observer pendant la nuit. Le nombre en est grand ; voici les principales : *Orchis globosa*, *Geum montanum*, *Sonchus Plumieri*, *Leucanthemum vulgare*, *Papaver Rhæas*, *Lychnis Githago*, *Prenanthes purpurea*, divers *Hieracium*, etc., etc. Je plaçais un jalon en arrière et près de la plante et un deuxième en avant, de manière que le plan de courbure du pédicelle fût ainsi déterminé ; à partir de 10<sup>h</sup> du soir jusqu'à 2<sup>h</sup>, 3<sup>h</sup> et 4<sup>h</sup> du matin, je relevais les différentes orientations des plantes, à l'aide de jalons placés en avant et circulairement par rapport au jalon situé en arrière comme centre. Tous les relevés de ces diverses orientations donnent la même conclusion et prouvent l'action fléchissante et directrice que la lumière lunaire exerce sur ces plantes. La courbure que prennent les plantes est parfois même exagérée, par suite du poids de la rosée et aussi des gouttes de sève aqueuse, exsudées de la surface même des feuilles et dues, ainsi que l'a démontré le premier M. Duchartre, à une transpiration arrêtée ; il est utile, dans ce cas, d'agiter légèrement les plantes pour les alléger de ce fardeau. Les plantes les mieux situées pour ces sortes d'observations sont celles qui croissent spontanément sur les ruines de l'ancien couvent des Chartreuses ; celles-là, par leur orientation variable de 10<sup>h</sup> du soir à 4<sup>h</sup> du matin, ne laissent aucun doute sur le phénomène du sélénotropisme.

» Ainsi se trouve démontrée, par l'observation directe, l'influence de la lumière lunaire sur les mouvements d'un grand nombre de plantes ; n'en a-t-elle pas d'autres ? »

MINÉRALOGIE. — *Sur la reproduction artificielle de la malachite.* Note de M. A. DE SCHULTEN, présentée par M. Fouqué.

« Pour préparer ce minéral artificiellement, je chauffe une solution de carbonate de cuivre précipité dans du carbonate d'ammonium, dans une fiole au bain-marie, pendant huit jours. On doit remplir la fiole jusqu'au col et renouveler de temps en temps l'eau qui s'est évaporée, pour que la volatilisation du carbonate d'ammonium se fasse lentement. A mesure que le

carbonate d'ammonium se volatilise, le carbonate de cuivre se dépose sous la forme d'une croûte cristalline verte, adhérente aux parois de la fiole. Cette croûte se couvre peu à peu de petits cristaux verts, très nets, de malachite. Leur composition est bien celle de la malachite naturelle :



ainsi que le montrent les nombres suivants donnés par l'analyse :

	Trouvé.	Calculé.
CuO.....	71,33	71,95
CO <sup>2</sup> .....	19,72	19,91
H <sup>2</sup> O.....	8,95 par diff.	8,14
	<hr/> 100,00	<hr/> 100,00

» Chauffés au rouge, les cristaux perdent de l'eau et de l'acide carbonique, et se transforment en oxyde de cuivre noir. La perte s'élève à 28,71 pour 100 (calculé pour  $2\text{CuO}, \text{CO}^2, \text{H}^2\text{O}$ , 28,05 pour 100).

» La densité des cristaux est 3,86 à 15°; celle des cristaux naturels est 3,7-4°, 1.

» La malachite artificielle raye facilement le calcaire; elle est rayée par la fluorine; sa dureté est ainsi environ 3,5; celle de la malachite naturelle est 3,5 à 4.

» Au point de vue cristallographique, la malachite artificielle est aussi identique à la malachite naturelle. Les cristaux artificiels ont environ 0<sup>mm</sup>,05 de longueur, 0<sup>mm</sup>,015 de largeur et 0<sup>mm</sup>,008 d'épaisseur; les plus longs atteignent exceptionnellement 0<sup>mm</sup>,1. On observe les faces  $h'$  (100),  $g'$  (010),  $p$  (001) et  $m$  (110). Les cristaux sont allongés suivant l'arête  $h'g'$ . La face la plus développée est  $h'$ . Sur cette face, les extinctions sont longitudinales.

» L'angle aigu de la face  $g'$  est égal à environ 62°. L'angle correspondant chez la malachite naturelle est 61°57' d'après M. Nordenskiöld.

» Les macles sont fréquentes comme chez les cristaux naturels. Elles se font suivant  $h'$  comme face de jonction, avec axe de rotation perpendiculaire à cette face. Il est à remarquer que les macles se trouvent principalement sur les parois de la fiole qui sont restées les moins chaudes pendant la cristallisation de la matière.

» Le plan des axes optiques est compris dans  $g'$ . Sur cette face, l'angle d'extinction par rapport à l'arête  $h'g'$  est de 23°. Le signe d'allongement est négatif. En observant en lumière polarisée convergente sur la face  $h'$ ,



on constate que cette face est peu éloignée d'une perpendiculaire à la bissectrice obtuse, que l'angle obtus des axes optiques est grand et que la trace du plan de ces axes est parallèle à l'arête  $h'g'$ . La bissectrice aiguë qui possède le signe de cette trace est donc négative.

» Les cristaux, vus sur la face  $g'$  entre les nicols croisés en lumière parallèle, quoique épais seulement de 0<sup>mm</sup>,008, offrent la teinte verte du commencement de la seconde gamme de Newton. La biréfringence maxima de la substance est donc d'environ 0,080. Toutes ces données cristallographiques et optiques concordent avec ce que l'on sait de la malachite naturelle. »

GÉOLOGIE. — *Sur la présence de fossiles alpins dans le callovien de l'ouest de la France.* Note de M. A. DE GROSSOUVRE, présentée par M. Daubrée.

« Le callovien qui affleure à l'est et à l'ouest du massif primitif de la Vendée renferme une faune dont certains éléments ne se retrouvent nulle part ailleurs dans les assises de même âge du bassin de Paris et caractérisent au contraire le callovien des Alpes et des Carpathes.

» Déjà depuis longtemps, Deslongchamps a fait connaître l'existence à Montreuil-Bellay de *Rhynchonella trigona*, espèce caractéristique des calcaires blancs calloviens de Vils (Tyrol), qui n'a encore été signalée en France qu'à la Voulte. Il décrit du même gisement une *Rhynchonelle* spéciale, *Rh. acutiloba*, qui paraît se rattacher aux *Rh. monsalvensis* et *fastigata* Gilliéron, des Alpes de Fribourg; nous avons retrouvé ce Brachiopode aux environs de Moncontour.

» Dans ces deux mêmes localités, nous avons recueilli *Terebratula antipecta* Buch, espèce bien connue de Vils.

» De Montreuil-Bellay nous avons en outre une Ammonite complètement identique à un échantillon des Klippen de la Galicie (Babierzowska près Neumarkt), figuré par Uhlig sous le nom de *Sphaeroceras*, nf., cf. *Brongniarti* Sowerby.

» Sur l'autre versant du massif de la Vendée, nous avons recueilli, dans une tournée faite avec M. Chartron, membre de la Société géologique, une Térébratule du groupe de la *nucleata* (*Pygope*), très voisine d'une forme de Neumarkt décrite et figurée par Uhlig sous le nom de *T. tenuiplicata* et présentant aussi quelques analogies avec *T. bifrons*, opp.; une Térébratelle du groupe de *Terebratella bivallata*, espèce du callovien de la Voulte, et enfin *Rh. acutiloba* déjà signalée sur le versant oriental.

» M. Choffat nous a fait connaître que le callovien du cap Mondégo (Portugal) présentait une faune très analogue à celle dont nous venons de parler.

» La présence inattendue de cette colonie de fossiles alpins dans le callovien de l'ouest de la France montre donc que la courbe qui limite le facies alpin du facies septentrional, courbe dont Neumayr a montré la signification et l'importance, fait, à partir de la Voulte, une pointe très prononcée vers le nord jusqu'à la vallée de la Loire, aux environs de Saumur, pour redescendre de là directement vers le Portugal. »

PHYSIQUE DU GLOBE. — *Les orages magnétiques et les aurores boréales des années 1842 à 1857.* Note de M. CH.-V. ZENGER, transmise par M. Janssen.

« J'ai comparé les Tables des orages magnétiques de M. Airy avec les Tables des aurores boréales de M. Rubenson, pour mettre en évidence que ces phénomènes sont simultanés sur les continents européens et américains, ce qui montre leur origine extra-terrestre.

» En outre, j'ai comparé les jours des orages magnétiques et des aurores boréales aux jours de la période solaire de 12,6 jours et aux jours du passage des essaims périodiques d'étoiles filantes de l'année terrestre. La coïncidence presque rigoureuse des dates conduit à cette conclusion, que les phénomènes électriques produits par l'induction solaire et par la décharge électrique directe entre les essaims d'étoiles filantes et les couches supérieures de l'atmosphère terrestre sont les causes cosmiques qui produisent simultanément les orages magnétiques et les aurores boréales, parfois sur les deux hémisphères à la fois.

» La décharge électrique se produisant toujours aux points de moindre résistance, on conçoit aisément comment cette décharge peut atteindre parfois seulement certaines parties des continents, tandis que, si la différence de potentiel de l'électricité terrestre et cosmique devient très grande, les décharges d'électricité cosmiques peuvent atteindre l'atmosphère et la surface du globe terrestre entier. Un coup d'œil sur la Table contenant le premier trimestre de l'année terrestre, janvier-mars, fait ressortir la justesse de ces remarques.



*Table des orages magnétiques à Greenwich et des aurores boréales en Suède,  
observés depuis 1842 à 1857.*

Dates.	Orages magnétiques.	Aurores boréales.	Jours	
			de la période solaire.	du passage des essaims périodiques.
1842	janv. : 1	janv. : 1 Göteborg.	janv. : 1	
1843	2	Id.		janv. : 2, 3
1852	4	6 Wimmerby.		
1854	8	2 Malmö, magnifique.		
1845	9	6 Skee et Nantes.		
		9 Skee et États-Unis.		
1853	10	7 Hedesunda.		
		10 Id.		
1848	16		13	
1851	16			
1852	19	17 Wimmerby.		15, 19, 21
		20 Id.		
1854	20			
1851	19	22 Wimmerby.		
		23 Upsala, Stockholm.		
1848		23 Norderkalix.		
		24 Stockholm.		
1848	28	26 Hedesunda.		
		28 Stockholm, Hede- sunda, Oestad.		31
1843	févr. : 6	févr. :	févr. : 8	févr. : 6, 7
1843	16	16 Morup.		
1852	14, 15	12 Wimmerby.		10
1852	17	13 Nordkoster, flam- boyante.		19
1852	18	14 Nordkoster, flam- boyante.		
1852	19	15 Nordkoster, flam- boyante.		
1852	20	16 Skee et Nordkoster, flamboyante.		
1852	21	17 Nordkoster, flam- boyante.		
		18 Göteborg, ciel cou- vert.		
		19 Karlsbrona, magni- fique.	20	
		20 Nordkoster, flam- boyante.		



Dates.	Orages magnétiques.	Aurores boréales.	Jours	
			de la période solaire.	du passage des essaims périodiques.
		févr.: 21 Göteborg, forte, rayonnante.		
		23 Gefle, immobile, intense.		
1854	févr. : 16	15 Wimmerby, tran- quille.		
1854	24	16 Söderhamm, belle.		
1854	25	25 Nordkoster, lueurs.		
		26 Nederkalix, extra- ordinaire et ma- gnifique.		
1843	24	24 Falun, Upsala.	févr. : 20	févr. : 19
1851	18	19 Stockholm, faible rayonnante.		
		20 Stockholm, faible rayonnante.		
1848	20	22 Upsala, forte.		
1848	21	24 Falun, rayonnante.		
1848	22			
1848	23			
1848	24			
1850	22	22 Söderhamm, forte et extraordin.		
	23			
1845	24	24 En Suède et dans le Connecticut.		
1847	24	22 Vinberg et Genève.		
1842	24	16 Strengnäs.		
1857	26	19 Tuna, intense, ciel couvert.		
			mars: 5	mars: 1, 2, 4
1847	mars : 1			
1853	7	mars : 14 Filipstad, Skee, sombre, et Ge- nève, brillante.		16
1853	8			
1853	11			
1854	6	2 Stockholm, Wim- merby.		
1854	15	15 Wimmerby.		
1855	16	16 Id.	18	

Dates.	Orages magnétiques.	Aurores boréales.	Jours	
			de la période solaire.	du passage des essaims périodiques.
1855	mars : 12	mars : 9 Nordkoster, lueurs. 10 Stockholm. 11 Nordkoster, lueurs.		
1857	13			
1848	17	19 Stockholm.		
1848	20	20 Wimmerby, rayon- nante.		
1845	26			
1844	29			
	30			
1849	31	28 Wimmerby.	mars : 31	

M. **DUMÉNIL** annonce que, d'après ses observations, l'étoile *Mira Ceti*, après avoir présenté, du 31 juillet 1889 au 3 octobre, une grandeur variable entre 4 et 5, a atteint la grandeur 6, qu'elle a conservée du 30 octobre 1889 au 10 janvier 1890.

M. le Dr **BERGERON** adresse, d'Étoile (Drôme), une Note relative au tubage du larynx dans l'asphyxie du croup.

A 3 heures trois quarts, l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 4 heures trois quarts.

J. B.

#### ERRATA.

(Séance du 20 janvier 1890.)

Note de M. *Rud. Wolf*, Sur la statistique solaire de l'année 1889 :

Page 123, dernière ligne, au lieu de  $r = 6', 04$ , lisez  $r = 6', 04$ .